Fiche révisions Mathématiques 3e-Seconde
Eté 2024

Le contenu de cette fiche pourra être évalué la semaine de la rentrée.
Le corrigé figure en fin de document.

I. Calculs numériques

Exercice 1.

1) ***Nombres relatifs et priorités opératoires.*** Effectuer les calculs suivants sans calculatrice.

$A = 3 - 10 + 7 - 18 - 2$ $\qquad$ $B = -49 - (-12) + 30 - 42$

$C = (-3) \times (-6) + 5 \times (-4) - (-2) \times 10$ $\qquad$ $D = 3 - 3 \times 4 + 7{,}2 \times (102 - 92)$ $\qquad$ $E = A \times B$

2) ***Opérations sur les nombres en écriture fractionnaire.*** Effectuer les calculs suivants. Ecrire le résultat sous la forme d'une fraction irréductible, détailler les calculs intermédiaires.

$A = \frac{-1}{3} + \frac{2}{3}$ $\qquad$ $B = \frac{3}{14} + \frac{1}{7}$ $\qquad$ $C = \frac{-11}{12} - \frac{9}{5}$ $\qquad$ $D = \frac{-2}{5} \times \frac{3}{7}$ $\qquad$ $E = \frac{-24}{25} \times \frac{45}{36}$

$F = \frac{3}{7} : \frac{8}{11}$ $\qquad$ $G = -5 : \frac{20}{17}$ $\qquad$ $H = \frac{\frac{-7}{3}}{\frac{28}{-9}}$ $\qquad$ $I = \frac{11+\frac{3}{2}}{4+\frac{3}{2}}$ $\qquad$ $J = \frac{\frac{1}{5}+\frac{3}{7}}{\frac{1}{3}-5\times\frac{2}{3}}$

Exercice 2. *Calculs avec les exposants*

> ***Point rappel.*** *Soient a un réel non nul ; n et p deux entiers*
> *Le nombre $a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a}_{n\ facteurs\ a}$ se lit « a exposant n ». On a alors :*
>
> **1)** $a^0 = 1$ et $a^1 = a$ $\qquad$ ***Exemple*** : $15^0 = 1$; $15^1 = 15$
>
> **2)** $a^n \times a^p = a^{n+p}$ $\qquad$ ***Exemple :*** $2^6 \times 2^5 = 2^{6+5} = 2^{11}$
>
> **3)** $\frac{1}{a^n} = a^{-n}$ $\qquad$ ***Exemple :*** $\frac{1}{2^{15}} = 2^{-15}$
>
> **4)** $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$ $\qquad$ ***Exemples :*** $\frac{2^{16}}{2^{11}} = 2^{16-11} = 2^5$; $\frac{7^3}{7^{-2}} = 7^{3-(-2)} = 7^{3+2} = 7^5$
>
> **5)** $(a^n)^p = a^{n\times p}$ $\qquad$ ***Exemples :*** $(13^6)^5 = 13^{6\times5} = 13^{30}$; $(21^{-6})^4 = 21^{-6\times4} = 21^{-24}$

1) Ecrire les nombres suivants sous la forme a^n, où a est un réel non nul et n un entier.

$A = 10^3 \times 10^{-6}$ $\qquad$ $B = 5^6 \times 5^4$ $\qquad$ $C = \frac{5^{17}}{5^{21}}$ $\qquad$ $D = \frac{5^3 \times (5^4)^{-6}}{5^{21}}$

2) Donner l'écriture scientifique du nombre $N = \frac{36\times10^{13}\times(10^4)^{-16}}{10^{42}}$.

3) Montrer, en détaillant les calculs, que les nombres A et B ci-dessous sont tous deux égaux à un même nombre entier.

$A = \frac{7}{9} + \frac{2-2\times3}{3-3\times7}$ $\qquad$ $B = \frac{(-2)\times10^{-3}\times25\times(10^2)^2}{50\times10^5\times(-0{,}1)\times10^{-3}}$.

4) Ecrire le nombre suivant sous la forme $a^n \times b^l \times c^p$, où a, b et c sont des réels non nuls ; n, l et p des entiers.

$$K = 11^3 \times 5^{-6} \times 7^2 \times 11^{-3} \times 11^3 \times 5^{18} \times 7^{-6}$$

II. Calcul littéral

Point rappel. Pour développer ou factoriser une expression, on utilise les propriétés ci-dessous.

- Distributivité simple
  k, a et b étant trois nombres, nous avons :
  $$k(a+b) = k \times a + k \times b$$
  $$k(a-b) = k \times a - k \times b$$

Exemples

- Développer $2x(3-5x)$.
  $$2x(3-5x) = 2x \times 3 - 2x \times 5x$$
  $$= 6x - 10x^2$$
  $$\boxed{2x(3-5x) = -10x^2 + 6x}$$

- Factoriser $12y^2 + 21y$.
  $$12y^2 + 21y = 3y \times 4y + 3y \times 7$$
  $$\boxed{12y^2 + 21y = 3y(4y+7)}$$

- Distributivité double
  a, b, c et d étant quatre nombres, nous avons :
  $$(a+b)(c+d) = a \times c + a \times d + b \times c + b \times d$$

Exemple

- Développer $(6-x)(3x+2)$.
  $$(6-x)(3x+2) = 6 \times 3x + 6 \times 2 - x \times 3x - x \times 2$$
  $$= 18x + 12 - 3x^2 - 2x$$
  $$\boxed{(6-x)(3x+2) = -3x^2 + 16x + 12}$$

- Identité remarquable
  a et b étant deux nombres, nous avons :
  $$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

Exemples

- Développer $(5-9x)(5+9x)$.
  $$(5-9x)(5+9x) = 5^2 - (9x)^2$$
  $$= 25 - 81x^2$$
  $$\boxed{(5-9x)(5+9x) = -81x^2 + 25}$$

- Factoriser $16x^2 - 36$.
  $$16x^2 - 36 = (4x)^2 - 6^2$$
  $$\boxed{16x^2 - 36 = (4x-6)(4x+6)}$$

Exercice 1. *Développement et factorisation*

1) Développer chacune des expressions suivantes.

$A = x(9x+1)$ $\quad B = (2x-3)(2x+3)$ $\quad C = (4+5x)(3x+2)$

$D = (11+7x)(11-7x)$ $\quad E = -7x(8x+11)$ $\quad F = (12x-3)(-9+4x)$

$G = (10x+7)(3x-2) - 5x(-x-5)$ $\quad H = (x-1)(x+1) - (6x-15)(6x+15)$

2) Factoriser chacune des expressions suivantes.

$A = 2x^2 - 8x$ $\quad B = 3x - 3$ $\quad C = x - 5x^2$

$D = (x+2)(4-7x) + 6(x+2)$ $\quad E = 4x^2 - 9$ $\quad F = 7x^2 - 7x$

$G = (3x+2)^2 - (6x-1)(3x+2)$ $\quad H = 64 - x^2$ $\quad I = (8x-5)^2 - (8x-5)$

Exercice 2.

On considère l'expression $E = 4x^2 - 9 - (2x+3)(5x-1)$.

1) Calculer la valeur de E quand $x = \frac{1}{2}$.

2) Développer l'expression E.

3) **a)** Factoriser $4x^2 - 9$.

b) En déduire que $E = (2x+3)(-3x-2)$.

Exercice 3. *Programme de calculs*

• Choisir un nombre.
• Enlever 5.
• Multiplier par 2.
• Ajouter 10.

On donne le programme de calcul ci-contre.

1) Ecrire les calculs permettant de vérifier que si on choisit le nombre 4, alors on obtient 8.

2) Calculer la valeur exacte obtenu lorsque

a) le nombre choisi est -11 ; **b)** le nombre choisi est $\frac{2}{3}$.

3) **a)** A votre avis, comment peut-on passer, en une seule étape, du nombre choisi au départ au résultat final ?

b) Démontrer votre réponse précédente.

III. Géométrie

> ***Point rappel.***
> ***Théorème de Pythagore :***
> *Si un triangle est rectangle alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés formant l'angle droit.*
>
> *Si ABC est rectangle en A alors* $BC^2 = AB^2 + AC^2$.
>
> ***Réciproque du théorème Pythagore :***
> *Soit ABC un triangle.*
> *Si les côtés du triangle ABC vérifient l'égalité suivante* BC^2=AB^2+AC^2 *alors le triangle ABC est rectangle en A.*
>
> Si $BC^2 = AB^2 + AC^2$ alors ABC est rectangle en A.

Exercice 1. *Théorème de Pythagore et sa réciproque*

1) Soit IJK un triangle rectangle en K. Sachant que IK = 12 cm et JK=16 cm, calculer IJ.
Détailler et justifier vos calculs.

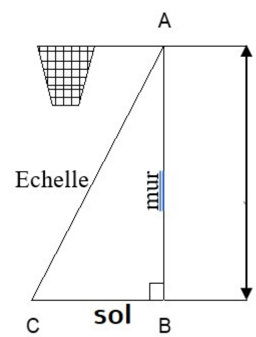
2) Soit EFG un triangle tel que EF = 11 cm, FG= 12 cm et EG = 13 cm. Le triangle EFG est-il rectangle ?
Justifier rigoureusement votre réponse.

3) Soit EFG un triangle tel que EF = 5 cm, FG= 12 cm et EG = 13 cm. Le triangle EFG est-il rectangle ?
Justifier rigoureusement votre réponse.

Exercice 2. *Théorème de Pythagore et sa réciproque*

Léna veut installer chez elle un panneau de basket.
L'échelle dont elle se sert mesure 3,20 m de long.
Elle place l'échelle en C à 0,96 m du pied du mur B pour que son sommet soit juste au niveau du panier.

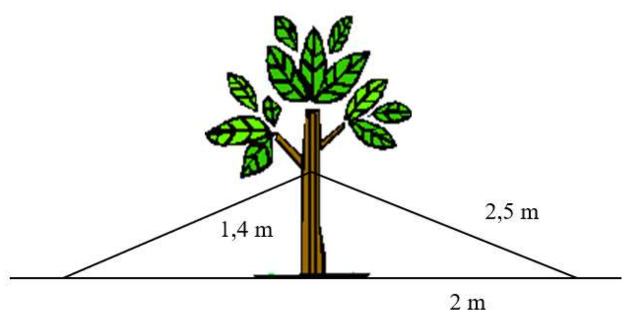
Calculer la hauteur AB à laquelle elle fixe le panneau de basket sur le mur.
Donner une valeur arrondie au cm près.



Exercice 3. *Théorème de Pythagore et sa réciproque*

Cet arbuste, qui vient d'être planté sur un terrain supposé horizontal, a été haubané (fixé) par un câble long de 2,50 m, fixé sur le tronc à 1,40 m du sol et au sol à 2 m du pied de l'arbuste.

Cet arbuste est-il bien vertical ?



Exercice 4. *Quadrilatères particuliers*

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier vos réponses.

1) Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.

2) Si dans un quadrilatère, les diagonales sont de même longueur, alors c'est un rectangle.

3) Si un parallélogramme a un angle droit, alors c'est un carré.

4) Si dans un losange, les diagonales sont de même longueur alors c'est un carré.

IV. Fonctions

Exercice 1.

Soit h la fonction définie par $h(x) = x^2 - 5x + \frac{1}{2}$.

1) Calculer $h(0),\ h(3)\ et\ h(-5)$.

2) Quelle est l'image de 4 par la fonction h ?

3) On donne, ci-dessous, un tableau de valeur de la fonction h.

x	-10	$-7{,}5$	$-3{,}9$	-1	$0{,}4$	$3{,}9$	$6{,}5$	8
$h(x)$	$150{,}5$	$94{,}25$	$35{,}21$	$6{,}5$	$-1{,}34$	$-3{,}79$	$10{,}25$	$24{,}5$

A l'aide du tableau, répondre aux questions suivantes.

a) Quelle est l'image de $0{,}4$ par la fonction h ?

b) Quel nombre a pour image $94{,}25$ par la fonction h?

c) Compléter : $h(\ldots) = 24{,}5$

d) Donner un antécédent de $6{,}5$ par la fonction h.

e) Compléter : $h(6{,}5) = \ldots$

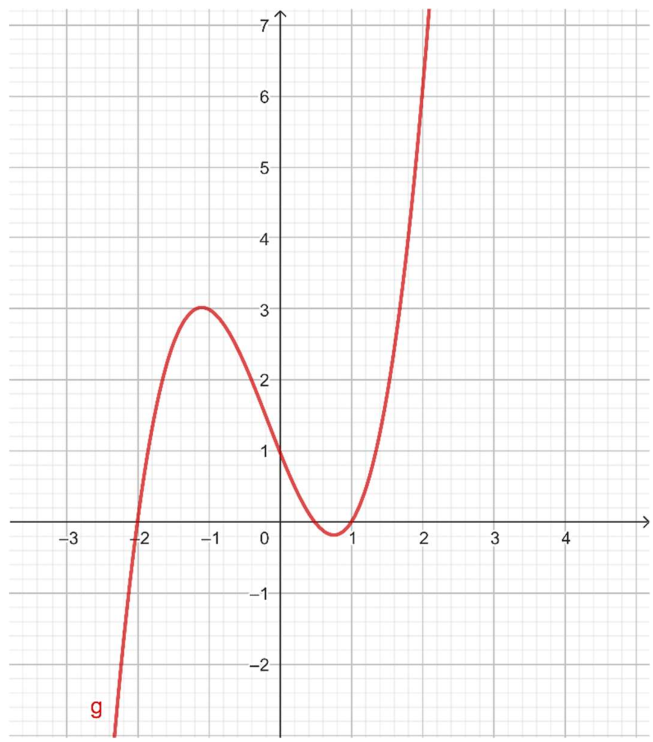
Exercice 2.

On considère la fonction g dont la représentation graphique est donnée ci-contre.

1) Quelle est l'image de -1 par la fonction g ?

2) Donner, avec la précision du graphique, les antécédents de 1 par la fonction g.

3) Compléter : $g(2) = \ldots$; $g(\ldots) = 0$



Exercice 3.

Soient f et j deux fonctions affines définies respectivement par $f(x) = 2x + 2$ et $j(x) = -3x + 1$

1) Calculer $f(-3), f\left(\frac{3}{2}\right), j(-5)$ et $j\left(\frac{7}{6}\right)$.

2) Quelle est l'image de 1 par la fonction f ?

3) Quel est le nombre dont l'image par f est 2 ?

4) Construire un repère en prenant $1\ cm$ pour 1 unité sur chaque axe puis tracer les représentations graphiques (d) et (d') des fonctions f et j.

V- Equations

Exercice 1. *Equations du premier degré.* Résoudre les équations suivantes.

1) $x - 5 = 3$ **2)** $-5x = 20$ **3)** $7 = 3 + 2x$ **4)** $3x + 5 = 21x + 13$

Exercice 2.

Soient f et j deux fonctions affines définies respectivement par $f(x) = 2x + 2$ et $j(x) = -3x + 1$.
Déterminer par le calcul l'abscisse du point d'intersection des deux droites représentant f et j.

Corrigé

I. Calculs numériques

Exercice 1.

1) ***Nombres relatifs et priorités opératoires.*** Effectuons les calculs suivants sans calculatrice.

$$A = 3 - 10 + 7 - 18 - 2 = -7 + 7 - 18 - 2 = 0 - 18 - 2 = -20$$

$$B = -49 - (-12) + 30 - 42 = -49 + 12 + \underbrace{30 - 42}_{-1} = -49 + 12 - 12 = -49$$

$$C = (-3) \times (-6) + 5 \times (-4) - (-2) \times 10 = 18 - 20 - (-20) = 18 - 20 + 20 = 18$$

$$D = 3 - 3 \times 4 + 7{,}2 \times (102 - 92) = 3 - 3 \times 4 + 7{,}2 \times 10 = 3 - 12 + 72 = -9 + 72 = 63;$$

$$E = A \times B = (-20) \times (-49) = 980$$

2) ***Opérations sur les nombres en écriture fractionnaire.*** Effectuons les calculs suivants. Ecrivons le résultat sous la forme d'une fraction irréductible, détaillons les calculs intermédiaires.

$A = \frac{-1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{-1+2}{3} = \frac{1}{3}$; $\qquad B = \frac{3}{14} + \frac{1}{7} = \frac{3}{14} + \frac{1\times 2}{7\times 2} = \frac{3}{14} + \frac{2}{14} = \frac{3+2}{14} = \frac{5}{14}$

$C = \frac{-11}{12} - \frac{9}{5} = \frac{-11\times 5}{12\times 5} - \frac{9\times 12}{5\times 12} = \frac{-11\times 5}{12\times 5} - \frac{9\times 12}{5\times 12} = \frac{-55-108}{60} = -\frac{163}{60}$; $\qquad D = \frac{-2}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{-2\times 3}{5\times 7} = -\frac{6}{35}$

$$E = \frac{-24}{25} \times \frac{45}{36} = \frac{-4 \times 6}{5 \times 5} \times \frac{9 \times 5}{4 \times 9} = -\frac{6}{5}$$

$F = \frac{3}{7} : \frac{8}{11} = \frac{3}{7} \times \frac{11}{8} = \frac{33}{56}$; $\qquad G = -5 : \frac{20}{17} = -5 \times \frac{17}{20} = -5 \times \frac{17}{4\times 5} = -\frac{17}{4}$;

$H = \dfrac{\frac{-7}{3}}{\frac{28}{-9}} = \frac{-7}{3} \times \frac{-9}{28} = \frac{-7}{3} \times \frac{-3\times 3}{4\times 7} = \frac{3}{4}$; $\qquad I = \dfrac{11 + \frac{3}{2}}{4 + \frac{3}{2}} = \dfrac{\frac{11\times 2 + 3}{2}}{\frac{4\times 2 + 3}{2}} = \dfrac{\frac{25}{2}}{\frac{11}{2}} = \frac{25}{2} \times \frac{2}{11} = \frac{25}{11}$;

$$J = \dfrac{\frac{1}{5} + \frac{3}{7}}{\frac{1}{3} - 5\times\frac{2}{3}} = \dfrac{\frac{1\times 7 + 3\times 5}{5\times 7}}{\frac{1}{3} - \frac{5\times 2}{3}} = \dfrac{\frac{7+15}{35}}{\frac{1}{3} - \frac{10}{3}} = \dfrac{\frac{22}{35}}{\frac{1-10}{3}} = \dfrac{\frac{22}{35}}{\frac{-9}{3}} = \dfrac{\frac{22}{35}}{-3} = \frac{22}{35} \times \frac{1}{-3} = \frac{22\times 1}{35\times(-3)} = -\frac{22}{105}.$$

Exercice 2. *Calculs avec les exposants*

1) Ecrivons les nombres suivants sous la forme a^n, où a est un réel non nul et n un entier.

$A = 10^3 \times 10^{-6} = 10^{3+(-6)} = 10^{-3}$; $\quad B = 5^6 \times 5^4 = 5^{6+4} = 5^{10}$; $\; C = \frac{5^{17}}{5^{21}} = 5^{17-21} = 5^{-4}$;

$$D = \frac{5^3 \times (5^4)^{-6}}{5^{21}} = \frac{5^3 \times 5^{4\times(-6)}}{5^{21}} = \frac{5^3 \times 5^{-24}}{5^{21}} = 5^3 \times 5^{-24} \times 5^{-21} = 5^{3-24-} \quad = 5^{-42}$$

2) Donnons l'écriture scientifique du nombre *N*.

$$N = \frac{36 \times 10^{13} \times (10^4)^{-16}}{10^{42}} = 36 \times \frac{10^{13} \times (10^4)^{-16}}{10^{42}} = 36 \times 10^{13-64-42} = 36 \times 10^{-93} = 3{,}6 \times 10^{-92}$$

3) Montrons que les nombres A et B ci-dessous sont tous deux égaux à un même nombre entier.

En effet, d'une part : $A = \frac{7}{9} + \frac{2-2\times 3}{3-3\times 7} = \frac{7}{9} + \frac{2-6}{3-21} = \frac{7}{9} + \frac{-4}{-18} = \frac{7}{9} + \frac{-2\times 2}{-2\times 9} = \frac{7}{9} + \frac{2}{9} = \frac{7+2}{9} = \frac{9}{9} = 1$

D'autre part,

$$B = \frac{(-2)\times 10^{-3}\times 25\times \left(10^2\right)^2}{50\times 10^5\times(-0{,}1)\times 10^{-3}} = \frac{(-2\times 25)\times 10^{-3}\times 10^{2\times 2}}{-50\times 10^5\times 10^{-1}\times 10^{-3}} = \frac{(-50)\times 10^{-3}\times 10^4}{-50\times 10^{5-1-3}} = \frac{10^{-3+4}}{10^1} = \frac{10^1}{10^1} = 1.$$

On a donc $A = B = 1$.

Les deux nombres A et B sont bien deux entiers égaux au même nombre.

4) Ecrivons le nombre K sous la forme $a^n \times b^l \times c^p$, où a, b et c sont des réels non nuls ; n, l et p des entiers :

$$K = 11^3 \times 5^{-6} \times 7^2 \times 11^{-3} \times 11^3 \times 5^{18} \times 7^{-6} = 11^3 \times 5^{-6} \times 5^{18} \times 7^2 \times 7^{-6} \times 11^{-3} \times 11^3$$

$$K = 11^3 \times 5^{-6+18} \times 7^{2-6} \times 11^{-3+3} = 11^3 \times 5^{12} \times 7^{-4} \times 11^0 = 11^3 \times 5^{12} \times 7^{-4} \times 1 = 11^3 \times 5^{12} \times 7^{-4}$$

II. Calcul littéral

Exercice 1. *Développement et factorisation*

1) Développons chacune des expressions données.

$A = x(9x+1)$
$A = x \times 9x + x \times 1$
$\boxed{A = 9x^2 + x}$

$B = (2x-3)(2x+3)$
$B = (2x)^2 - 3^2$
$\boxed{B = 4x^2 - 9}$

$C = (4+5x)(3x+2)$
$C = 4 \times 3x + 4 \times 2 + 5x \times 3x + 5x \times 2$
$C = 12x + 8 + 15x^2 + 10x$
$\boxed{C = 15x^2 + 22x + 8}$

$D = (11+7x)(11-7x)$
$D = 11^2 - (7x)^2$
$D = 121 - 49x^2$
$\boxed{D = -49x^2 + 121}$

$E = -7x(8x+11)$
$E = -7x \times 8x - 7x \times 11$
$\boxed{E = -56x^2 - 77x}$

$F = (12x-3)(-9+4x)$
$F = 12x \times (-9) + 12x \times 4x - 3 \times (-9) - 3 \times 4x$
$F = -108x + 48x^2 + 27 - 12x$
$\boxed{F = 48x^2 - 120x + 27}$

$G = (\mathbf{10x+7})(\mathbf{3x-2}) - \mathbf{5x}(\mathbf{-x-5})$
$G = \mathbf{10x \times 3x + 10x \times (-2) + 7 \times 3x + 7 \times (-2)} - (\mathbf{5x \times (-x) - 5x \times 5})$
$G = \mathbf{30x^2 - 20x + 21x - 14} - (\mathbf{-5x^2 - 25x})$
$G = \mathbf{30x^2 + x - 14} + \mathbf{5x^2 + 25x}$
$\boxed{G = 35x^2 + 26x - 14}$

$H = (\mathbf{x-1})(\mathbf{x+1}) - (\mathbf{6x-15})(\mathbf{6x+15})$
$H = \mathbf{x^2 - 1} - [(\mathbf{6x})^2 - \mathbf{15}^2]$
$H = x^2 - 1 - (\mathbf{36x^2 - 225})$
$H = x^2 - 1 - \mathbf{36x^2 + 225}$
$\boxed{H = -35x^2 + 224}$

2) Factorisons chacune des expressions données.

$A = 2x^2 - 8x$
$A = \mathbf{2x} \times x - \mathbf{2x} \times 4$
$\boxed{A = \mathbf{2x}(x-4)}$

$B = 3x - 3$
$B = \mathbf{3} \times x - \mathbf{3} \times 1$
$\boxed{B = \mathbf{3}(x-1)}$

$C = x - 5x^2$
$C = \boldsymbol{x} \times 1 - 5x \times \boldsymbol{x}$
$\boxed{C = \boldsymbol{x}(1-5x)}$

$D = (x+2)(4-7x) + 6(x+2)$
$D = (x+2)(4-7x+6)$
$\boxed{D = (x+2)(-7x+10)}$

$E = 4x^2 - 9$
$E = (2x)^2 - 3^2$
$\boxed{E = (2x-3)(2x+3)}$

$F = 7x^2 - 7x$
$F = \mathbf{7x} \times x - \mathbf{7x} \times 1$
$\boxed{F = 7x(x-1)}$

$G = (3x+2)^2 - (6x-1)(3x+2)$
$G = (\mathbf{3x+2})(3x+2) - (6x-1)(\mathbf{3x+2})$
$G = (\mathbf{3x+2})[3x+2 - (\mathbf{6x-1})]$
$G = (3x+2)(3x+2 - \mathbf{6x+1})$
$\boxed{G = (3x+2)(-3x+3)}$

$H = 64 - x^2$
$H = 8^2 - x^2$
$\boxed{H = (8-x)(8+x)}$

$I = (8x-5)^2 - (8x-5)$
$I = (\mathbf{8x-5})(8x-5) - (\mathbf{8x-5}) \times 1$
$I = (\mathbf{8x-5})(8x-5-1)$
$\boxed{I = (8x-5)(8x-6)}$

Exercice 2.

Soit $E = 4x^2 - 9 - (2x+3)(5x-1)$.

1) Calculons la valeur de E quand $x = \frac{1}{2}$.

Pour $x = \frac{1}{2}$:

$$E = 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 9 - \left(2 \times \frac{1}{2} + 3\right) \times \left(5 \times \frac{1}{2} - 1\right)$$

$$E = 4 \times \frac{1^2}{2^2} - 9 - (1+3) \times \left(\frac{5}{2} - 1\right)$$

$$E = 4 \times \frac{1}{4} - 9 - 4 \times \left(\frac{5}{2} - \frac{2}{2}\right)$$
$$E = 1 - 9 - \mathbf{4} \times \frac{3}{2}$$
$$E = -8 - \mathbf{2} \times \cancel{\mathbf{2}} \times \frac{3}{\cancel{2}}$$
$$E = -8 - 2 \times 3 = -8 - 6 = -14$$

2) Développons E.

$$E = 4x^2 - 9 - (2x+3)(5x-1)$$
$$E = 4x^2 - 9 - [2x \times 5x + 2x \times (-1) + 3 \times 5x + 3 \times (-1)]$$
$$E = 4x^2 - 9 - (10x^2 - 2x + 15x - 3)$$
$$E = 4x^2 - 9 - (10x^2 + 13x - 3)$$
$$E = 4x^2 - 9 - 10x^2 - 13x + 3$$
$$\boxed{E = -6x^2 - 13x - 6}$$

3) a) Factorisons $4x^2 - 9$: $4x^2 - 9 = (2x)^2 - 3^2 = \boxed{(2x-3)(2x+3)}$

b) Déduisons-en que $E = (2x+3)(-3x-2)$.

$$E = 4x^2 - 9 - (2x+3)(5x-1)$$
$$E = (2x-3)(2x+3) - (2x+3)(5x-1)$$
$$E = (2x+3)[2x - 3 - (5x-1)]$$
$$E = (2x+3)(2x - 3 - 5x + 1)\ ]$$
$$\boxed{E = (2x+3)(-3x-2)}$$

Exercice 3. *Programme de calculs*

• Choisir un nombre. • Enlever 5. • Multiplier par 2. • Ajouter 10.	Soit le programme de calcul rappelé ci-contre.

1) Etape 1 : 4 Etape 2 : $4 - 5 = -1$ Etape 3 : $-1 \times 2 = -2$ Etape 4 : $-2 + 10 = 8$ En choisissant 4 au départ, on obtient 8 comme résultat final.	**2a)** Etape 1 : -11 Etape 2 : $-11 - 5 = -16$ Etape 3 : $-16 \times 2 = -32$ Etape 4 : $-32 + 10 = -22$ En choisissant -11 au départ, on obtient -22 comme résultat final.	**2b)** Etape 1 : $\frac{2}{3}$ Etape 2 : $\frac{2}{3} - 5 = \frac{2}{3} - \frac{15}{3} = -\frac{13}{3}$ Etape 3 : $-\frac{13}{3} \times 2 = -\frac{26}{3}$ Etape 4 : $-\frac{26}{3} + 10 = -\frac{26}{3} + \frac{30}{3} = \frac{4}{3}$ En choisissant $\frac{2}{3}$ au départ, on obtient $\frac{4}{3}$ comme résultat final.

3) a) Il semblerait que pour passer, en une seule étape, du nombre choisi au départ au résultat final, il suffit de doubler le nombre de départ.

En effet : quand on choisit 4, on obtient $8 = 2 \times 4$; quand on choisit -11, on obtient $-22 = 2 \times (-11)$ et quand on choisit $\frac{2}{3}$, on obtient $\frac{4}{3} = 2 \times \frac{2}{3}$.

b) Démontrons cette conjecture.

Appelons x le nombre choisi au départ.

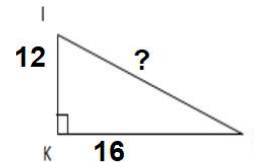
Etape 1 : x Etape 2 : $x - 5$ Etape 3 : $2 \times (x-5)$ Etape 4 : $2(x-5) + 10$

Le nombre en sortie est : $2(x-5) + 10 = 2x - 2 \times 5 + 10 = 2x - 10 + 10 = \boxed{2x}$. C'est bien le double de x.

III. Géométrie

Exercice 1. *Théorème de Pythagore et sa réciproque*

1) Soit IJK un triangle rectangle en K. Sachant que IK = 12 cm et JK=16 cm, calculons IJ.

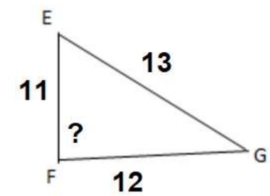


- On sait que le triangle IJK est rectangle en K.
- D'après le théorème de Pythagore : $IJ^2 = IK^2 + JK^2$
- Ainsi, $IJ^2 = 12^2 + 16^2$; puis $IJ^2 = 144 + 256$; donc $IJ^2 = 400$ et $IJ = \sqrt{400}$.

Finalement, IJ = 20 cm.

2) Soit EFG un triangle tel que EF = 11 cm, FG= 12 cm et EG = 13 cm.

Le triangle EFG est-il rectangle ?



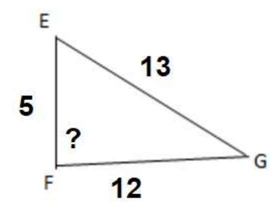
- Le plus long côté est [EG]
- Calculons séparément :

$EG^2 = 13^2 = 169$ | $EF^2 + FG^2 = 11^2 + 12^2 = 121 + 144 = 265$

- On constate que : $EG^2 \neq EF^2 + FG^2$.
- D'après la contraposée du théorème de Pythagore, **on en déduit que le triangle EFG n'est pas rectangle.**

3) Soit EFG un triangle tel que EF = 5 cm, FG= 12 cm et EG = 13 cm.

Le triangle EFG est-il rectangle ?

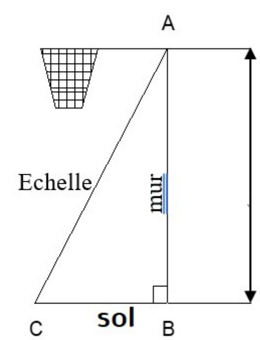


- Le plus long côté est [EG].
- Calculons séparément :

$EG^2 = 13^2 = 169$ | $EF^2 + FG^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$

- On constate que : $EG^2 = EF^2 + FG^2$.
- D'après la réciproque du théorème de Pythagore, **on en déduit que le triangle EFG est rectangle en F.**

Exercice 2. *Théorème de Pythagore et sa réciproque*



Léna veut installer chez elle un panneau de basket. Calculons la hauteur AB à laquelle elle fixera le panneau de basket sur le mur, arrondie au cm près.

L'échelle dont elle se sert mesure 3,20m de long. Elle la place en C, à 0,96 m.

- On sait que : CBA est rectangle en B avec $AC = 3{,}20$ et $BC = 0{,}96$
- D'après le théorème de Pythagore : $AC^2 = AB^2 + BC^2$

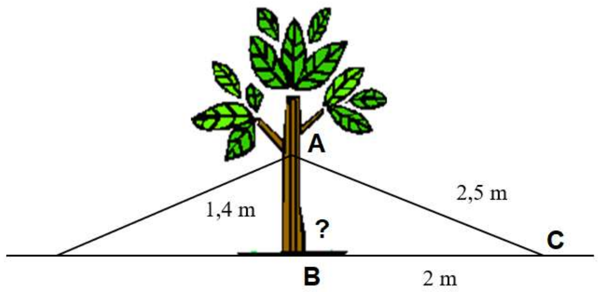
  Ainsi, $AB^2 = AC^2 - BC^2$, donc : $AB^2 = 3{,}20^2 - 0{,}96^2 = 9{,}3184$; puis

  $AB = \sqrt{9{,}3184} \approx 3{,}05$

Finalement, Léna fixera son panneau sur le mur à une hauteur de 3,05 m arrondie au cm près.

Exercice 3. ***(Théorème de Pythagore et sa réciproque)***

Cet arbuste est-il bien vertical ? Le problème revient à déterminer si le triangle ABC ci-contre est ou n'est pas rectangle en B. Dans le triangle ABC :



- Le plus long côté est [AC].
- Calculons séparément :

$AC^2 = 2{,}5^2 = 6{,}25$ || $AB^2 + BC^2 = 1{,}4^2 + 2^2 = 1{,}96 + 4 = 5{,}96$

- On constate que : $AC^2 \neq AB^2 + BC^2$.
- <u>D'après la contraposée du théorème de Pythagore,</u> **<u>on en déduit que le triangle ABC n'est pas rectangle.</u>**

<u>Finalement, l'arbuste n'est pas vertical au sol.</u>

Exercice 4. ***(Quadrilatères particuliers)***

Les affirmations suivantes sont elles vraies ou fausses ? Justifier vos réponses.

1) Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme. **VRAI**

> ***Point rappels.*** *Propriété :* ***Si*** *les diagonales d'un quadrilatère se coupent en leur milieu* ***alors*** *c'est un parallélogramme.*

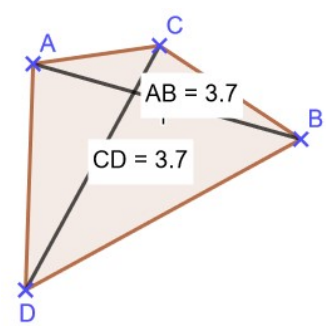
2) Si dans un quadrilatère, les diagonales sont de même longueur, alors c'est un rectangle. **FAUX**

Considérons le contre-exemple ci-contre.

Les diagonales du quadrilatère ACBD sont de même longueur mais ce n'est PAS un rectangle.

L'affirmation correcte est :

> ***Point rappels.*** *Propriété :* ***Si*** *les diagonales d'un* ***parallélogramme*** *sont de même longueur* ***alors*** *c'est un rectangle.*



3) Si un parallélogramme a un angle droit, alors c'est un carré. **FAUX**

L'affirmation correcte est :

> ***Point rappels.*** *Propriété :* ***Si*** *un* ***parallélogramme*** *a un angle droit* ***alors*** *c'est un* ***rectangle****.*

4) Si dans un losange, les diagonales sont de même longueur alors c'est un carré. **VRAI**

> ***Point rappels.*** *Propriété :* ***Si*** *les diagonales d'un losange sont de même longueur* ***alors*** *c'est un carré.*

IV. Fonctions

Exercice 1.

Soit h la fonction définie par $h(x) = x^2 - 5x + \frac{1}{2}$.

1) Calculons $h(0),\ h(3)\ et\ h(-5)$.

- $h(0) = 0^2 - 5 \times 0 + \frac{1}{2} = \boxed{\frac{1}{2}} = \boxed{0{,}5}$
- $h(3) = 3^2 - 5 \times 3 + \frac{1}{2} = 9 - 15 + \frac{1}{2} = -6 + \frac{1}{2} = -\frac{12}{2} + \frac{1}{2} = \boxed{-\frac{11}{2}} = \boxed{-5{,}5}$
- $h(-5) = (-5)^2 - 5 \times (-5) + \frac{1}{2} = 25 + 25 + \frac{1}{2} = 50 + \frac{1}{2} = \frac{100}{2} + \frac{1}{2} = \boxed{\frac{101}{2}} = \boxed{50{,}5}$

2) Calculons l'image de 4 par la fonction h : $h(4) = 4^2 - 5 \times 4 + \frac{1}{2} = 16 - 20 + \frac{1}{2} = -4 + \frac{1}{2} = -\frac{8}{2} + \frac{1}{2} = \boxed{-\frac{7}{2}} = \boxed{-3{,}5}$

L'image de 4 par la fonction h est $-3{,}5$.

3)

x	-10	$-7{,}5$	$-3{,}9$	-1	$0{,}4$	$3{,}9$	$6{,}5$	8
$h(x)$	$150{,}5$	$94{,}25$	$35{,}21$	$6{,}5$	$-1{,}34$	$-3{,}79$	$10{,}25$	$24{,}5$

A l'aide du tableau, nous pouvons dire que :

a) l'image de $0{,}4$ par la fonction h est $-1{,}34$;

b) le nombre $-7{,}5$ a pour image $94{,}25$ par la fonction h ;

c) $h(8) = 24{,}5$;

d) -1 est un antécédent de $6{,}5$ par la fonction h ;

e) $h(6{,}5) = 10{,}25$.

Exercice 2.

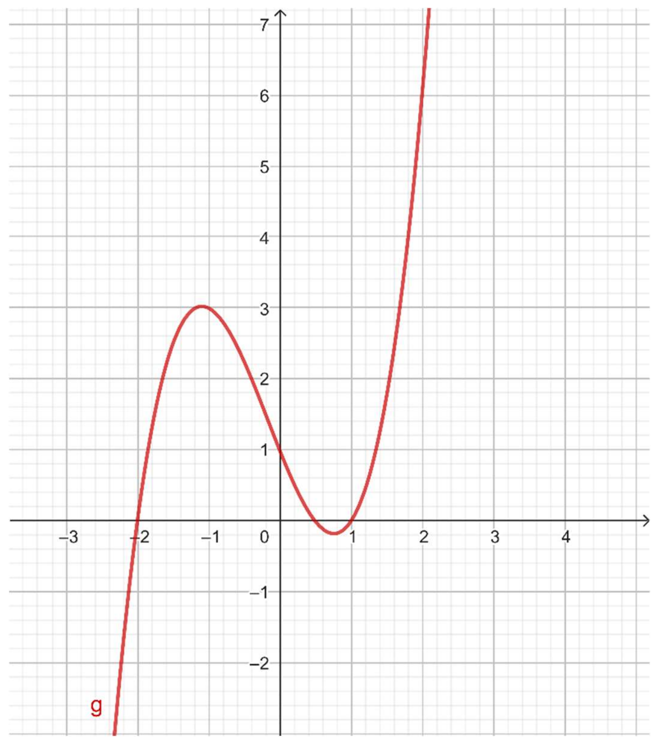
A l'aide du graphique, nous pouvons dire que :

1) l'image de -1 par la fonction g est 3 ;

2) des antécédents de 1 par la fonction g sont $-1{,}8$; 0 et $1{,}4$;

3) $g(2) = 6$

$g(-2) = 0$; $g(1) = 0$; $g(0{,}5) = 0$.



Exercice 3.

Soient f et j deux fonctions affines définies respectivement par $f(x) = 2x + 2$ et $j(x) = -3x + 1$

1) Calculons $f(-3), f\left(\frac{3}{2}\right), j(-5)$ et $j\left(\frac{7}{6}\right)$:

- $f(-3) = 2 \times (-3) + 2 = -6 + 2 = -4$
- $f\left(\frac{3}{2}\right) = 2 \times \frac{3}{2} + 2 = 3 + 2 = 5$
- $j(-5) = -3 \times (-5) + 1 = 15 + 1 = 16$
- $j\left(\frac{7}{6}\right) = -3 \times \frac{7}{6} + 1 = -3 \times \frac{7}{3 \times 2} + 1 = -\frac{7}{2} + 1 = -\frac{7}{2} + \frac{2}{2} = -\frac{5}{2}$

2) Calculons l'image de 1 par la fonction f : $f(1) = 2 \times 1 + 2 = 2 + 2 = 4$.
L'image de 1 par la fonction f est 4

3) Cherchons un antécédent de 2 par f.
Pour $x = 0$, $f(0) = 2 \times 0 + 2 = 0 + 2 = 2$. Donc 0 a pour image 2 par f.

4) Représentons graphiquement es fonctions f et j, respectivement par les droites (d) et (d').
En effet, f et j étant des fonctions affines, leurs représentations graphiques sont des droites.

- Trouvons les coordonnées de deux points appartenant à (d) (droite représentant f).
  Aidons-nous des calculs précédents.

  $f(-3) = -4$ donc la droite (d) passe par le point d'abscisse -3 et d'ordonnée -4.

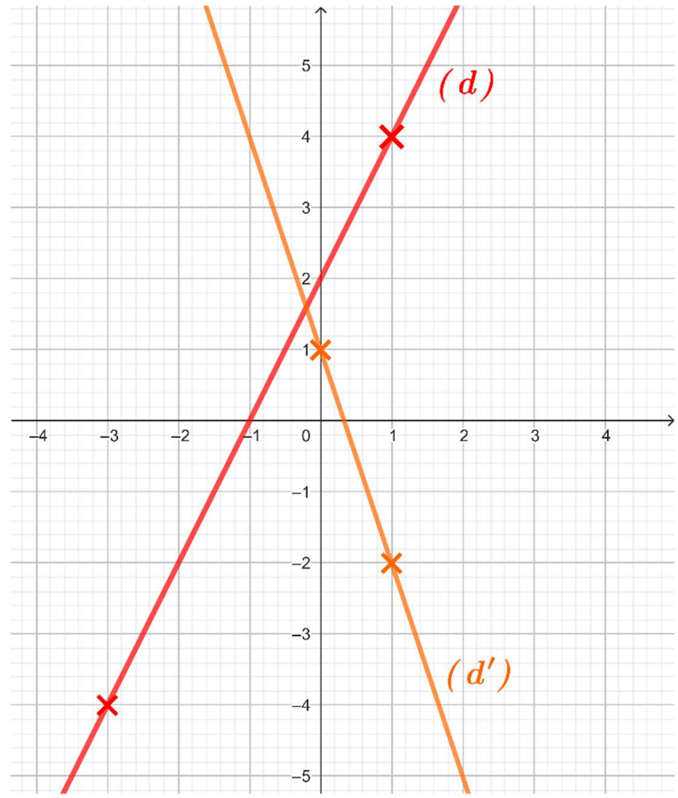
  $f(1) = 4$ donc la droite (d) passe par le point de coordonnées $(1\,;4)$

- Trouvons les coordonnées de deux points appartenant à (d') (droite représentant j)

  $j(0) = -3 \times 0 + 1 = 1$ donc le point $(0\,;1)$ appartient à la droite (d').

  $j(1) = -3 \times 1 + 1 = -3 + 1 = -2$ donc (d') passe par le point $(1\,;\,-2)$

  Remarque : Nous avions déjà calculé $j(-5) = 16$ et $j\left(\frac{7}{6}\right) = -2{,}5$ mais 16 est un « trop grand » nombre à placer en ordonnée et l'unité choisie ne permet pas de placer $\frac{7}{6}$ avec exactitude, rapidement sur l'axe des abscisses.



V- Equations

Exercice 1. ***Equations du premier degré.*** Résolvons les équations données.

1) $x - 5 = 3$ **2)** $-5x = 20$ **3)** $7 = 3 + 2x$ **4)** $3x + 5 = 21x + 13$

1) Soit x un nombre ;

$x - 5 = 3$

équivaut à $x - 5 + 5 = 3 + 5$

équivaut à $x = 8$

La solution de l'équation est 8.

2) Soit x un nombre ;

$-5x = 20$

équivaut à $\frac{-5x}{-5} = \frac{20}{-5}$

équivaut à $x = -4$

La solution de l'équation est -4.

3) Soit x un nombre ;

$7 = 3 + 2x$

équivaut à $7 - 3 = 3 + 2x - 3$

équivaut à $4 = 2x$

équivaut à $\frac{4}{2} = \frac{2x}{2}$

équivaut à $x = 2$

La solution de l'équation est 2.

4) Soit x un nombre ;

$3x + 5 = 21x + 13$

équivaut à $3x + 5 - 13 = 21x + 13 - 13$

équivaut à $3x - 8 = 21x$

équivaut à $3x - 8 - 3x = 21x - 3x$

équivaut à $-8 = 18x$

équivaut à $\frac{-8}{18} = \frac{18x}{18}$

équivaut à $x = \frac{-8}{18} = \frac{-4}{9}$

La solution de l'équation est $\frac{-4}{9}$.

Exercice 2.

Soient f et j deux fonctions affines définies respectivement par $f(x) = 2x + 2$ et $j(x) = -3x + 1$.
Déterminons par le calcul l'abscisse du point d'intersection des deux droites représentant f et j.

Cherchons le nombre x tel que $f(x) = j(x)$.

Il faut donc résoudre : $2x + 2 = -3x + 1$.

équivaut à $2x + 2 - 2 = -3x + 1 - 2$

équivaut à $2x = -3x - 1$

équivaut à $2x + 3x = -3x - 1 + 3x$

équivaut à $5x = -1$

équivaut à $\frac{5x}{5} = -\frac{1}{5}$

équivaut à $x = -\frac{1}{5}$

La solution de cette équation est $-\frac{1}{5}$. Donc, au point d'abscisse $-\frac{1}{5}$ les droites représentant f et j se croisent.

Bonus : L'ordonnée correspondante est $f\left(-\frac{1}{5}\right) = 2 \times \left(-\frac{1}{5}\right) + 2 = -\frac{2}{5} + 2 = -\frac{2}{5} + \frac{10}{5} = \frac{8}{5} = 1{,}6$

On retrouve aussi cette ordonnée en calculant $j\left(-\frac{1}{5}\right)$.

Remarque : Le point d'intersection est visible sur le graphique de la correction de l'exercice 3 partie IV.