Fiche de révisions

Exercice 1

1) Ecrire les nombres ci-dessous sous la forme d'une fraction irréductible.

$$A = 49 \times \frac{5}{21} \qquad B = \frac{2}{3} - \frac{3}{4} + 3\left(\frac{4}{5} - \frac{5}{6}\right) \qquad C = \frac{5 + \frac{5}{6}}{\frac{7}{2}}$$

2) a) Ecrire les nombres suivants sous la forme a^n où a est un nombre réel et n, un entier relatif.

$$A = \frac{7^8 \times 7^{-5}}{7^6} \qquad B = \frac{(21^{-5})^2}{3^{-10}} \qquad D = \frac{16^{25}}{2^{100}}$$

b) Soit $A = \sqrt{8} \times \sqrt{2}$. Montrer que A est un nombre entier.

Exercice 2

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

$$(E_1) : 7x + 8 = 2x - 9 \qquad (E_2) : x - 10 = 2x - 7$$

$$(E_3) : (3x - 5)(2x + 6) = 0 \qquad (E_4) : x^2 = 36$$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.

$$(I_1) : 5x - 3 \leq 2x + 6 \qquad (I_2) : 2x + 3 < 9x - 2 \qquad (I_3) : (x - 8)(-2 - 10x) \leq 0$$

Exercice 3

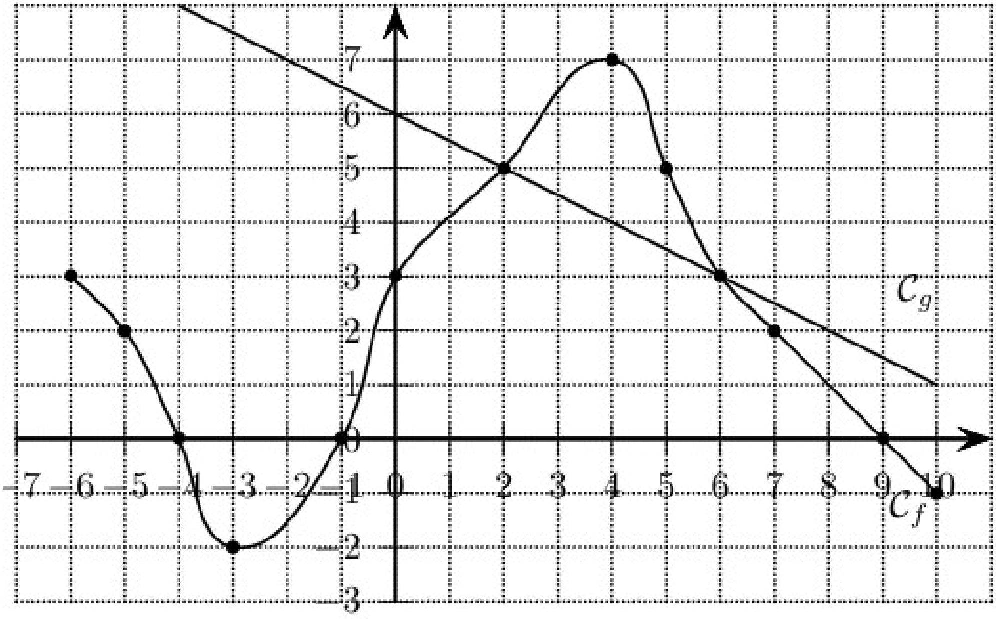
Représenter dans un même repère les droites suivantes.

a) $\Delta_1 : y = 5x - 2$ **b)** $\Delta_2 : y = 1$ **c)** $\Delta_3 : y = -\frac{2}{3}x + 1$ **d)** $\Delta_4 : x = -1$.

Tourner la page

Exercice 4

On a tracé ci-dessous les courbes représentatives C_f et C_g de deux fonctions f et g.



Répondre aux questions suivantes par lecture graphique, sauf lorsqu'il est précisé de justifier par le calcul (question 8).

1) Donner l'ensemble de définition de la fonction f.

2) a) Donner l'image de -3 par la fonction f.
b) Donner les antécédents de -3 et de 0 par f.

3) Résoudre l'équation $f(x) = 3$.

4) Déterminer les extrema de la fonction f. Préciser en quelles valeurs ils sont atteints.

5) a) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur son ensemble de définition.
b) Dresser le tableau de signes de la fonction f sur son ensemble de définition.

6) a) Résoudre l'équation $f(x) = g(x)$.
b) Résoudre l'inéquation $f(x) > g(x)$.

7) On admet que la fonction g est définie sur $\mathbb{R}$ et que C_g est une droite.
Montrer que $g(x) = -\frac{1}{2}x + 6$.

8) Déterminer par le calcul les éventuels antécédents de 7 par la fonction g sur $\mathbb{R}$.

Fiche de révisions

Exercice 1

1)

$A = 49 \times \frac{5}{21}$ $A = 7 \times 7 \times \frac{5}{7 \times 3}$ $A = \frac{7 \times 5}{3} = \mathbf{\frac{35}{3}}$	$B = \frac{2}{3} - \frac{3}{4} + 3\left(\frac{4}{5} - \frac{5}{6}\right)$ $B = \frac{8}{12} - \frac{9}{12} + 3\left(\frac{24}{30} - \frac{25}{30}\right)$ $B = -\frac{1}{12} + 3 \times \left(-\frac{1}{30}\right)$ $B = -\frac{1}{12} - \frac{1}{10} = -\frac{5}{60} - \frac{6}{60} = -\mathbf{\frac{11}{60}}$	$C = \frac{5 + \frac{5}{6}}{\frac{7}{2}}$ $C = \frac{\frac{30}{6} + \frac{5}{6}}{\frac{7}{2}} = \frac{\frac{35}{6}}{\frac{7}{2}}$ $C = \frac{35}{6} \times \frac{2}{7} = \frac{7 \times 5 \times 2}{2 \times 3 \times 7} = \mathbf{\frac{5}{3}}$

2) a)

$A = \frac{7^8 \times 7^{-5}}{7^6}$ $A = \frac{7^{8+(-5)}}{7^6}$ $A = \frac{7^3}{7^6} = 7^{3-6} = \mathbf{7^{-3}}$	$B = \frac{(21^{-5})^2}{3^{-10}}$ $B = \frac{21^{-5\times 2}}{3^{-10}} = \frac{21^{-10}}{3^{-10}}$ $B = \left(\frac{21}{3}\right)^{-10} = \mathbf{7^{-10}}$	$D = \frac{16^{25}}{2^{100}}$ $D = \frac{(2^4)^{25}}{2^{100}} = \frac{2^{4\times 25}}{2^{100}}$ $D = \frac{2^{100}}{2^{100}} = \mathbf{1}$

b) $A = \sqrt{8} \times \sqrt{2} = \sqrt{8 \times 2} = \sqrt{16} = \mathbf{4}$ donc le nombre A est bien entier.

Exercice 2

1)

Soit $x \in \mathbb{R}$. $(E_1) : 7x + 8 = 2x - 9$ $(E_1) \Leftrightarrow 7x - 2x = -9 - 8$ $(E_1) \Leftrightarrow 5x = -17$ $(E_1) \Leftrightarrow x = -\frac{17}{5}$ L'ensemble des solutions de l'équation (E_1) est : $\boldsymbol{S} = \left\{-\mathbf{\frac{17}{5}}\right\}$	Soit $x \in \mathbb{R}$. $(E_2) : x - 10 = 2x - 7$ $(E_2) \Leftrightarrow x - 2x = -7 + 10$ $(E_2) \Leftrightarrow -x = 3$ $(E_2) \Leftrightarrow x = -3$ L'ensemble des solutions de l'équation (E_2) est : $\boldsymbol{S} = \{\mathbf{-3}\}$

Soit $x \in \mathbb{R}$.

$(E_3) : (3x-5)(2x+6) = 0$
$(E_3) \Leftrightarrow 3x-5=0 \quad ou \quad 2x+6=0$
$(E_3) \Leftrightarrow \ 3x=5 \quad ou \quad 2x=-6$
$(E_3) \Leftrightarrow x = \frac{5}{3} \quad ou\ x = -\frac{6}{2} = -3$
L'ensemble des solutions de l'équation (E_3) est : $\boldsymbol{S} = \left\{\boldsymbol{-3}\,;\frac{\boldsymbol{5}}{\boldsymbol{3}}\right\}$

Soit $x \in \mathbb{R}$.

$(E_4) : x^2 = 36$
$(E_4) \Leftrightarrow x = 6 \quad ou\ x = -6$

L'ensemble des solutions de l'équation (E_4) est : $\boldsymbol{S} = \{\boldsymbol{-2}\,;\boldsymbol{10}\}$

2)

Soit $x \in \mathbb{R}$.

$(I_1) : \ 5x-3 \leq 2x+6$
$(I_1) \Leftrightarrow 5x-2x \leq 6+3$
$(I_1) \Leftrightarrow 3x \leq 9$
$(I_1) \Leftrightarrow \frac{3x}{3} \leq \frac{9}{3} \quad car\ 3>0$
$(I_1) \Leftrightarrow x \leq 3$
L'ensemble des solutions de l'inéquation (I_1) est **:** $\boldsymbol{S} = \ ]-\infty\,; \ \boldsymbol{3}]$

Soit $x \in \mathbb{R}$.

$(I_2) : 2x+3 < 9x-2$
$(I_2) \Leftrightarrow 2x-9x < -2-3$
$(I_2) \Leftrightarrow -7x < -5$
$(I_2) \Leftrightarrow \frac{-7x}{-7} > \frac{-5}{-7} \quad car\ -7<0$
$(I_2) \Leftrightarrow x > \frac{5}{7}$
L'ensemble des solutions de l'inéquation (I_1) est : $\boldsymbol{S} = \left]\frac{\boldsymbol{5}}{\boldsymbol{7}}; \ +\infty\right[$

$(I_3) : \ (x-8)(-2-10x) \leq 0$

- $x-8=0 \Leftrightarrow x=8$ et $x-8>0 \Leftrightarrow x>8$
- $-2-10x$ est l'expression d'une fonction affine dont le taux d'accroissement a est -10.
  De plus : $-2-10x=0 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{10} = -\frac{1}{5}$

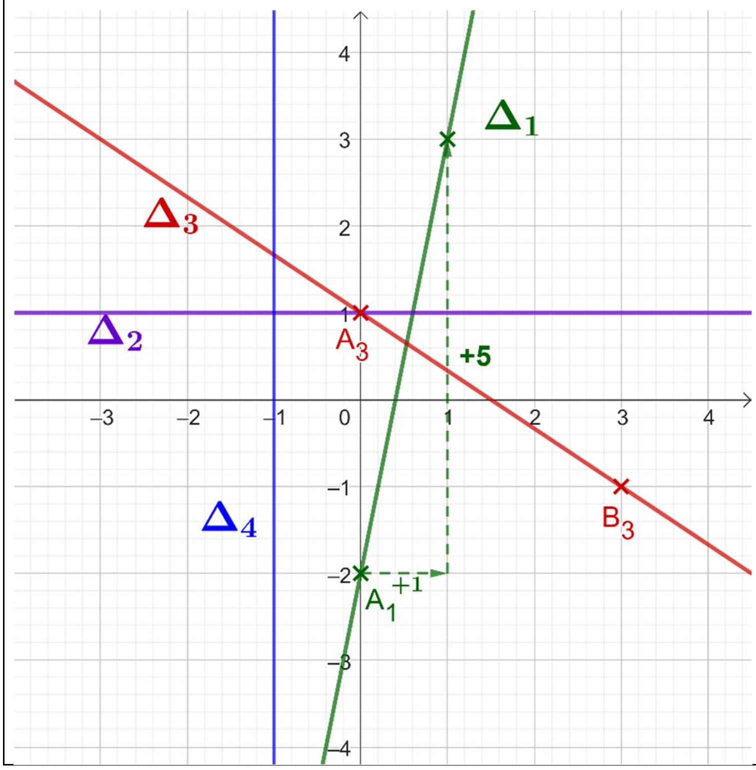
x	$-\infty$		$-\frac{1}{5}$		8		$+\infty$
Signe de $x-8$		-		-	0	+	
Signe de $-2-10x$ $(a=-10<0)$		+	0	-		-	
Signe de $(x-8)(-2-10x)$		-	0	+	0	-	

L'ensemble des solutions de l'inéquation (I_3) est : $\boldsymbol{S} = \left]-\infty; -\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{5}}\right] \cup [\boldsymbol{8}\,; \ +\infty[$

<u>Exercice 3</u>

Représentons les droites :

a) $\Delta_1 : y = 5x-2$ **b)** $\Delta_2 : \ y = 1$ **c)** $\Delta_3 : y = -\frac{2}{3}x+1$ **d)** $\Delta_4 : x = -1$.



a) L'ordonnée à l'origine est -2 donc $A_1(0\,;\,-2) \in \Delta_1$
Le coefficient directeur est 5 donc, graphiquement, si nous ajoutons une unité à l'abscisse de A_1, il faut ajouter 5 unités à l'ordonnée de A_1.

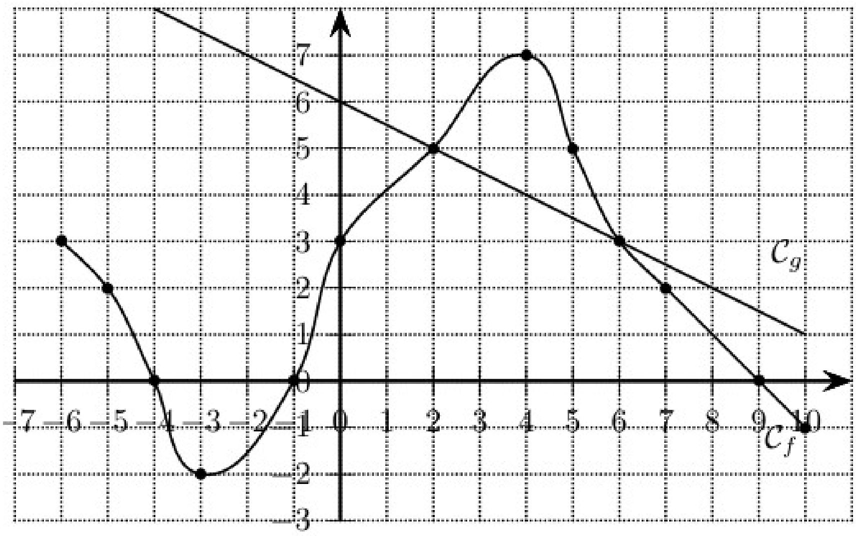
c) Pour tracer Δ_3, nous pouvons faire comme pour Δ_1 ou calculer les coordonnées de deux points de Δ_3 :

* pour $x = 0, y = -\frac{2}{3} \times 0 + 1 = 1$
  donc $A_3(0\,;\,1) \in \Delta_3$;

* pour $x = 3, y = -\frac{2}{3} \times 3 + 1 = -1$
  donc $B_3(3\,;-1) \in \Delta_3$.

Exercice 4

On a tracé ci-dessous les courbes représentatives C_f et C_g de deux fonctions f et g.



1) La fonction f est définie sur $[-6\,;10]$.

2) a) L'image de -3 par la fonction f est -2.

b) -3 n'a pas d'antécédent par f et les antécédents de 0 par f sont $\mathbf{-4\,;-1}$ et $\mathbf{10}$.

3) Les solutions de l'équation $f(x) = 3$ sont $\mathbf{-6\,;0}$ et $\mathbf{6}$.

3) La fonction f admet un **minimum atteint en** $\boldsymbol{x = -3}$ et ce minimum **vaut** $\mathbf{-2}$.
Cette fonction admet aussi un **maximum atteint en** $\boldsymbol{x = 4}$ et ce maximum **vaut** $\mathbf{7}$.

4) a) Par lecture graphique, nous obtenons le tableau de variations ci-dessous pour la fonction f :

x	-6		-3		4		10
Variation de f	3	↘	-2	↗	7	↘	-1

b) Par lecture graphique, nous obtenons le tableau de signes ci-dessous pour la fonction f :

x	-6		-4		-1		9		10
Signe de $f(x)$		+	0	-	0	+	0	-	

5) a) Nous pouvons lire graphiquement que les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$ sont $\boldsymbol{x = 2}$ et $\boldsymbol{x = 4}$.

b) Nous pouvons lire graphiquement que les solutions de l'inéquation $f(x) > g(x)$ sont les nombres x appartenant à l'intervalle $]\mathbf{2}\,;\mathbf{6}[$.

6) Montrons que $g(x) = -\frac{1}{2}x + 6$.

C_g est une droite donc la fonction g est affine et possède une expression de la forme $g(x) = ax + b$ où a, b sont des nombres réels.

- b est l'ordonnée à l'origine de la droite C_g donc $\boldsymbol{b = 6}$.

- a est le coefficient directeur de la droite C_g
  Les points $A(0\,;6)$ et $B(6\,;3)$ appartiennent à C_g. Nous avons donc :
$$a = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{6-3}{0-6} = \frac{3}{-6} = -\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}}$$

D'où : $g(x) = -\frac{1}{2}x + 6$

7) Déterminons par le calcul les éventuels antécédents de 7 par la fonction g sur $\mathbb{R}$.

$$g(x) = 7 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x + 6 = 7$$
$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}x = 1$$
$$\Leftrightarrow \boldsymbol{x = -2}$$

Nous retrouvons par le calcul que $\mathbf{-2}$ est l'antécédent de 7 par la fonction g.