

I Calculs avec des fractions, des puissances et des racines carrées

Correction exercice 1

Mettre les expressions suivantes sous forme d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{3}{8} - \frac{7}{5} = \frac{3 \times 5}{8 \times 5} - \frac{7 \times 8}{5 \times 8} = \frac{15 - 56}{40} = -\frac{41}{40}$$

$$B = 49 \times \frac{5}{21} = \frac{49 \times 5}{21} = \frac{7 \times 7 \times 5}{3 \times 7} = \frac{35}{3}$$

$$C = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{6}{12} - \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$$

$$D = \frac{2}{3} - \frac{3}{4} + 3 \left(\frac{4}{5} - \frac{5}{6} \right) = \frac{2}{3} - \frac{3}{4} + 3 \left(\frac{24}{30} - \frac{25}{30} \right) \\ = \frac{2}{3} - \frac{3}{4} + 3 \times \left(-\frac{1}{30} \right) = \frac{2}{3} - \frac{3}{4} - \frac{1}{10} = \frac{40}{60} - \frac{45}{60} - \frac{6}{60} = -\frac{11}{60}$$

$$E = \frac{3 - \frac{4}{9}}{\frac{3}{7} - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{27}{9} - \frac{4}{9}}{\frac{12}{28} - \frac{7}{28}} = \frac{\frac{23}{9}}{\frac{5}{28}} = \frac{23}{9} \times \frac{28}{5} = \frac{23 \times 28}{9 \times 5} = \frac{644}{45}$$

$$F = \frac{\frac{2}{3} + \frac{5}{6}}{\frac{7}{2}} = \frac{\frac{4}{6} + \frac{5}{6}}{\frac{7}{2}} = \frac{\frac{9}{6}}{\frac{7}{2}} = \frac{9}{6} \times \frac{2}{7} = \frac{3 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 7} = \frac{3}{7}$$

$$G = \frac{\left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6} \right) \times 3}{2} = \frac{\left(\frac{9}{12} - \frac{10}{12} \right) \times 3}{2} = \frac{-\frac{1}{12} \times 3}{2} = \frac{-\frac{1}{4}}{2} = -\frac{1}{8}$$

$$H = 2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}} = 2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{\frac{6}{3} + \frac{1}{3}}} = 2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{\frac{7}{3}}} = 2 + \frac{1}{3 + \frac{3}{7}} = 2 + \frac{1}{\frac{21}{7} + \frac{3}{7}} = 2 + \frac{1}{\frac{24}{7}} \\ = 2 + \frac{7}{24} = \frac{48}{24} + \frac{7}{24} = \frac{55}{24}$$

Correction exercice 2

Simplifier au maximum les expressions suivantes :

$$A = 7^8 \times 7^{-5} = 7^{8-5} = 7^3$$

$$B = 5^6 \times 3^6 = (5 \times 3)^6 = 15^6$$

$$C = \frac{(21^{-5})^2}{7^{-10}} = \frac{21^{5 \times 2}}{7^{-10}} = \frac{21^{-10}}{7^{-10}} = \left(\frac{21}{7} \right)^{-10} = 3^{-10}$$

$$D = \frac{5^{-2-7}}{5^6} = \frac{5^{-9}}{5^6} = 5^{-9-6} = 5^{-15}$$

$$E = \frac{(-1)^4}{(-3)^5} = \frac{1}{(-3)^5} = \frac{1}{-3^5} = -3^{-5}$$

$$F = \frac{16^{25}}{2^{100}} = \frac{(2^4)^{25}}{2^{100}} = \frac{2^{4 \times 25}}{2^{100}} = \frac{2^{100}}{2^{100}} = 1$$

Pour a et b deux réels tels que $b^2 + ab \neq 0$,

$$G = \frac{a^2 + ab}{b^2 + ab} = \frac{a(a+b)}{b(b+a)} = \frac{a}{b}$$

Pour a et b deux réels tels que $a \neq 0$ et $b \neq 0$,

$$H = \frac{a^2(-a)^3(-b^2)b^5a}{(-b)^4a^5(ab)^2} = \frac{a^2 \times (-a^3) \times (-b^2) \times b^5 \times a}{b^4 \times a^5 \times a^2 \times b^2} = \frac{a^{2+3+1} \times b^{2+5}}{b^{4+2} \times a^{5+2}} \\ = \frac{a^6 \times b^7}{b^6 \times a^7} = \frac{b}{a}$$

Correction exercice 3

1. Écrire $A = \sqrt{8} \times \sqrt{2}$ et $B = \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}}$ sous la forme d'un entier.

$$A = \sqrt{8} \times \sqrt{2} = \sqrt{8 \times 2} = \sqrt{16} = 4$$

$$B = \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{98}{2}} = \sqrt{49} = 7$$

2. Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ les expressions suivantes :

$$A = \sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9}\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

$$B = \sqrt{200} = \sqrt{100 \times 2} = \sqrt{100}\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

$$C = 3\sqrt{2} - 4\sqrt{8} + 2\sqrt{18} = 3\sqrt{2} - 4\sqrt{4}\sqrt{2} + 2\sqrt{9}\sqrt{2} = 3\sqrt{2} - 4 \times 2\sqrt{2} + 2 \times 3\sqrt{2} \\ = 3\sqrt{2} - 8\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$D = \sqrt{4}\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - \sqrt{25}\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 0$$

$$E = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{242}} \times \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{25}} = \frac{9}{\sqrt{121}\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{49}\sqrt{2}}{5} = \frac{9}{11\sqrt{2}} \times \frac{7\sqrt{2}}{5} = \frac{9 \times 7\sqrt{2}}{11\sqrt{2} \times 5} = \frac{63}{55}$$

3. Écrire sans racine carrée au dénominateur les expressions suivantes :

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$B = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{6} \times \sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

$$C = \frac{3}{\sqrt{5}+1} = \frac{3(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)} = \frac{3\sqrt{5}-3}{(\sqrt{5})^2-1^2} = \frac{3\sqrt{5}-3}{5-1} = \frac{3\sqrt{5}-3}{4}$$

$$D = \frac{1+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} = \frac{(1+\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})} = \frac{3+\sqrt{5}+3\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2}{3^2-\sqrt{5}^2} = \frac{3+4\sqrt{5}+5}{9-5} \\ = \frac{8+4\sqrt{5}}{4} = \frac{4(2+\sqrt{5})}{4} = 2+\sqrt{5}$$

4. Montrer que $\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{1+\sqrt{2}}$

$$1 + \frac{1}{1+\sqrt{2}} = \frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{1+\sqrt{2}} = \frac{2+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \frac{(2+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})} \\ = \frac{2-2\sqrt{2}+\sqrt{2}-2}{1-2} = \frac{-\sqrt{2}}{-1} = \sqrt{2}$$

5. Le nombre $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ est appelé le nombre d'or. Montrer que $\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$

$$\varphi^2 - \varphi - 1 = \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1 \\ = \frac{(1+\sqrt{5})^2}{4} - \frac{2(1+\sqrt{5})}{4} - \frac{4}{4} \\ = \frac{(1+\sqrt{5})^2 - 2(1+\sqrt{5}) - 4}{4} \\ = \frac{1+2\sqrt{5}+\sqrt{5}^2 - 2 - 2\sqrt{5} - 4}{4} \\ = \frac{1+2\sqrt{5}+5-2-2\sqrt{5}-4}{4} = \frac{0}{4} = 0$$

6. Calculer $(\sqrt{12-3\sqrt{7}} + \sqrt{12+3\sqrt{7}})^2$

$$(\sqrt{12-3\sqrt{7}} + \sqrt{12+3\sqrt{7}})^2 = \sqrt{12-3\sqrt{7}}^2 + 2\sqrt{12-3\sqrt{7}}\sqrt{12+3\sqrt{7}} + \sqrt{12+3\sqrt{7}}^2 \\ = 12 - 3\sqrt{7} + 2\sqrt{(12-3\sqrt{7})(12+3\sqrt{7})} + 12 + 3\sqrt{7} \\ = 24 + 2\sqrt{12^2 - (3\sqrt{7})^2} = 24 + 2\sqrt{144 - 3^2 \cdot 7^2} \\ = 24 + 2\sqrt{144 - 9 \times 7} = 24 + 2\sqrt{81} = 24 + 2 \times 9 = 42$$

II Calcul littéral

Correction exercice 1

Soit $x \in \mathbb{R}$. Développer et réduire les expressions suivantes :

Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$A = (3x-5)(3x+2) = 9x^2 + 6x - 15x - 10 = 9x^2 - 9x - 10$$

$$B = \left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{7}\right) \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5}x\right) = \frac{1}{2}x - \frac{9}{20}x^2 - \frac{2}{21} + \frac{3}{35}x = -\frac{9}{20}x^2 + \left(\frac{35}{70} + \frac{6}{70}\right)x - \frac{2}{21}$$

$$= -\frac{9}{20}x^2 + \frac{41}{70}x - \frac{2}{21}$$

$$C = (x + 2\sqrt{5})(x - 5\sqrt{3}) = x^2 - 5\sqrt{3}x + 2\sqrt{5}x - 2\sqrt{5} \times 5\sqrt{3}$$

$$= x^2 + (2\sqrt{5} - 5\sqrt{3})x - 10\sqrt{15}$$

$$D = 9 - 5(3x - 4) = 9 - 15x + 20 = -15x + 29$$

$$E = \frac{3}{5}(x-5) - x(4-3x) = \frac{3}{5}x - 3 - 4x + 3x^2 = 3x^2 + \left(\frac{3}{5} - \frac{20}{5}\right)x - 3 = 3x^2 - \frac{17}{5}x - 3$$

$$F = (8x+4)(3x-10) - (x+2)(x-5) = 24x^2 - 80x + 12x - 40 - (x^2 - 5x + 2x - 10)$$

$$= 24x^2 - 68x - 40 - (x^2 - 3x - 10) = 24x^2 - 68x - 40 - x^2 + 3x + 10 = 23x^2 - 65x - 30$$

Correction exercice 2

Soit $x \in \mathbb{R}$. En utilisant des identités remarquables, développer et réduire les expressions suivantes :

Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$A = (x + 5)^2 = x^2 + 10x + 25$$

$$B = (2x - 3)^2 = 4x^2 - 12x + 9$$

$$C = (x - 8)(x + 8) = x^2 - 64$$

$$D = \left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}$$

$$E = (2x + 7)^2 - (3 - 4x)^2 = 4x^2 + 28x + 49 - (9 - 24x + 16x^2)$$

$$= 4x^2 + 28x + 49 - 9 + 24x - 16x^2 = -12x^2 + 52x + 40$$

$$F = (2x + 1)^2(2x - 1) = (4x^2 + 4x + 1)(2x - 1) = 8x^3 - 4x^2 + 8x^2 - 4x + 2x - 1$$

$$= 8x^3 + 4x^2 - 2x - 1$$

$$G = (2x - 9)(3 - 2x) + 5(2x + 1)^2 = 6x - 4x^2 - 27 + 18x + 5(4x^2 + 4x + 1)$$

$$= -4x^2 + 24x - 27 + 20x^2 + 20x + 5 = 16x^2 + 44x - 22$$

$$H = (x + 1)^2 + \left(x + \frac{1}{3}\right) \left(x - \frac{1}{3}\right) = x^2 + 2x + 1 + x^2 - \frac{1}{9} = 2x^2 + 2x + \frac{8}{9}$$

Correction exercice 3

Soit $x \in \mathbb{R}$. Écrire sous la forme d'une seule fraction les expressions suivantes :

• Soit $x \in \mathbb{R}$, $x \neq -2$,

$$A = 4 + \frac{3}{x+2} = \frac{4(x+2)}{x+2} + \frac{3}{x+2} = \frac{4x+8+3}{x+2} = \frac{4x+11}{x+2}$$

• Soit $x \in \mathbb{R}$, $x \neq \frac{1}{3}$,

$$B = \frac{2x}{3x-1} - 5 = \frac{2x}{3x-1} - \frac{5(3x-1)}{3x-1} = \frac{2x-15x+5}{3x-1} = \frac{-13x+5}{3x-1}$$

• Soit $x \in \mathbb{R}$, $x \neq -3$ et $x \neq 5$,

$$C = \frac{4}{2x+6} - \frac{3}{x-5} = \frac{2}{x+3} - \frac{3}{x-5} = \frac{2(x-5)}{(x+3)(x-5)} - \frac{3(x+3)}{(x+3)(x-5)}$$

$$= \frac{2x-10-(3x+9)}{(x+3)(x-5)} = \frac{2x-10-3x-9}{(x+3)(x-5)} = \frac{-x-19}{(x+3)(x-5)}$$

Correction exercice 4

Soit $x \in \mathbb{R}$. Factoriser au maximum les expressions suivantes :

Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$A = 12x^3 - 3x = 3x(4x^2 - 1)$$

$$B = 27x^3 - 36x^2 + 12x = 3x(9x^2 - 12x + 4)$$

$$C = (x+1)(4x+3) - (x+1)(7x-8) = (x+1)(4x+3 - (7x-8)) \\ = (x+1)(4x+3 - 7x+8) = (x+1)(-3x+11)$$

$$D = (3x-1)(4x+7) + (x-12)(3x-1) = (3x-1)(4x+7+x-12) = (3x-1)(5x-5) \\ = (3x-1) \times 5(x-1) = 5(3x-1)(x-1)$$

$$E = (3x+8)(x-1) - 1 + x = (3x+8)(x-1) + (x-1) = (x-1)(3x+8+1) \\ = (x-1)(3x+9) = (x-1) \times 3(x+3) = 3(x-1)(x+3)$$

$$F = (2x+1)(2x-6) + (x-2)(x-3) = (2x+1) \times 2(x-3) + (x-2)(x-3) \\ = (x-3)(2(2x+1) + x-2) = (x-3)(4x+2+x-2) = (x-3) \times 5x = 5x(x-3)$$

Correction exercice 5

Soit $x \in \mathbb{R}$. A l'aide d'une identité remarquable, factoriser au maximum les expressions suivantes :

Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$A = x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$$

$$B = 81x^2 - 4 = (9x-2)(9x+2)$$

$$C = 16 - (8x-6)^2 = (4 - (8x-6))(4 + (8x-6)) = (4 - 8x + 6)(4 + 8x - 6) \\ = (-8x + 10)(8x - 2)$$

$$D = 4x^2 - 12x + 9 = (2x-3)^2$$

$$E = x^2 - 4 - (x+2)^2 = (x-2)(x+2) - (x+2)^2 = (x+2)(x-2 - (x+2)) \\ = (x+2)(x-2-x-2) = (x+2) \times (-4) = -4(x+2)$$

$$F = (2x+3)^2 - (7x-5)^2 = (2x+3 - (7x-5))(2x+3 + 7x-5) = (2x+3-7x+5)(9x-2) \\ = (-5x+8)(9x-2)$$

Correction exercice 6

Soit n un entier naturel. Factoriser au maximum les expressions suivantes :

Soit n un entier naturel,

$$A = 3 \times 5^{n+1} - 2 \times 5^n = 3 \times 5^n \times 5 - 2 \times 5^n = 5^n(3 \times 5 - 2) = 3 \times 5^n \times 13 = 13 \times 5^n$$

$$B = 3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^{n+1} - 3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^n = 3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^n \times \frac{2}{5} - 3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^n = 3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^n \left(\frac{2}{5} - 1\right) \\ = 3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^n \times \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{9}{5} \times \left(\frac{2}{5}\right)^n$$

$$C = -2 \times 3^{n+1} + 2 \times 3^n = -2 \times 3^n \times 3 + 2 \times 3^n = 2 \times 3^n(-3 + 1) \\ = 2 \times 3^n \times (-2) = -4 \times 3^n$$

$$D = (n+1) \times 2^{n+1} - n \times 2^n = (n+1) \times 2^n \times 2 - n \times 2^n = 2^n(2(n+1) - n) \\ = 2^n(2n + 2 - n) = 2^n(n + 2)$$

III Résolution d'équations et d'inéquations

Correction exercice 1

1. Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

Soit $x \in \mathbb{R}$,

- $3x - 5 = 0 \Leftrightarrow 3x = 5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$.

La solution est $\frac{5}{3}$.

- $7x - 3 = 2x + 6 \Leftrightarrow 7x - 2x = 6 + 3 \Leftrightarrow 5x = 9 \Leftrightarrow x = \frac{9}{5}$

La solution est $\frac{9}{5}$.

- $-x = 5 \Leftrightarrow x = -5$.

La solution est -5 .

$$\bullet 2x - \frac{1}{3} = \frac{1}{4}x + 2 \Leftrightarrow 2x - \frac{1}{4}x = 2 + \frac{1}{3} \Leftrightarrow \left(\frac{8}{4} - \frac{1}{4}\right)x = \frac{6}{3} + \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{7}{4}x = \frac{7}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{7}{3} \times \frac{4}{7} \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$$

La solution est $\frac{4}{3}$.

2. Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$\bullet (x-4)(2x-6) = 0 \Leftrightarrow x-4 = 0 \text{ ou } 2x-6 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \text{ ou } 2x = 6$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \text{ ou } x = \frac{6}{2} = 3$$

Les solutions sont 4 et 3.

$$\bullet -x(x+16)(2-5x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x+16 = 0 \text{ ou } 2-5x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = -16 \text{ ou } -5x = -2$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = -16 \text{ ou } x = \frac{2}{5}$$

Les solutions sont 0, -16 et $\frac{2}{5}$.

$$\bullet (5x-1)(x-9) - (x-9)(2x-1) = 0 \Leftrightarrow (x-9)(5x-1-2x+1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-9) \times 3x = 0$$

$$\Leftrightarrow x-9 = 0 \text{ ou } x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 9 \text{ ou } x = 0$$

Les solutions sont 0 et 9.

$$\bullet (2x-1)(5x-7)^2 = 0 \Leftrightarrow 2x-1 = 0 \text{ ou } (5x-7)^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x-1 = 0 \text{ ou } 5x-7 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \text{ ou } x = \frac{7}{5}$$

Les solutions sont $\frac{1}{2}$ et $\frac{7}{5}$

3. Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$\bullet x^2 + 12 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -12$$

Un carré réel est toujours positif ou nul, et $-12 < 0$ donc l'équation n'admet aucune solution.

$$\bullet 4x^2 + 10 = 20 \Leftrightarrow 4x^2 = 10 \Leftrightarrow x^2 = \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{5}{2}} \text{ ou } x = -\sqrt{\frac{5}{2}}$$

Les solutions sont $\sqrt{\frac{5}{2}}$ et $-\sqrt{\frac{5}{2}}$.

$$\bullet (x-4)^2 = 25 \Leftrightarrow x-4 = \sqrt{25} = 5 \text{ ou } x-4 = -\sqrt{25} = -5$$

$$\Leftrightarrow x = 5+4 = 9 \text{ ou } x = -5+4 = -1$$

Les solutions sont 9 et -1.

$$\bullet (3x-5)^2 = 8 \Leftrightarrow 3x-5 = \sqrt{8} \text{ ou } 3x-5 = -\sqrt{8}$$

$$\Leftrightarrow 3x = \sqrt{8} + 5 \text{ ou } 3x = -\sqrt{8} + 5$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{8}+5}{3} \text{ ou } x = \frac{-\sqrt{8}+5}{3}$$

Les solutions sont $\frac{\sqrt{8}+5}{3}$ et $\frac{-\sqrt{8}+5}{3}$.

Correction exercice 2

1. Résoudre dans $] -\infty; 2[\cup] 2; +\infty[$ l'équation suivante : $\frac{5-8x}{x-2} = 3$

Soit $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 2$,

$$\frac{5-8x}{x-2} = 3 \Leftrightarrow 5-8x = 3(x-2) \Leftrightarrow 5-8x = 3x-6$$

$$\Leftrightarrow -8x-3x = -6-5 \Leftrightarrow -11x = -11 \Leftrightarrow x = \frac{-11}{-11} = 1$$

La solution est 1.

2. Résoudre dans $] -\infty; \frac{8}{5}[\cup] \frac{8}{5}; +\infty[$ l'équation suivante : $\frac{-3x-1}{8-5x} = 0$

Soit $x \in \mathbb{R}, x \neq \frac{8}{5}$,

$$\frac{-3x-1}{8-5x} = 0 \Leftrightarrow -3x-1 = 0 \Leftrightarrow -3x = 1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$$

La solution est $-\frac{1}{3}$.

3. Résoudre dans $] -\infty; -1[\cup] -1; +\infty[$ l'équation suivante : $x+1 = \frac{9}{x+1}$

Soit $x \in \mathbb{R}, x \neq -1$,

$$\begin{aligned} x+1 = \frac{9}{x+1} &\Leftrightarrow (x+1)^2 = 9 \\ &\Leftrightarrow x+1 = 3 \text{ ou } x+1 = -3 \\ &\Leftrightarrow x = 3-1 = 2 \text{ ou } x = -3-1 = -4 \end{aligned}$$

Les solutions sont 2 et -4.

4. Résoudre dans $] -\infty; -3[\cup] -3; +\infty[$ l'équation suivante : $5 + \frac{2}{x+3} = 0$

Soit $x \in \mathbb{R}, x \neq -3$,

$$\begin{aligned} 5 + \frac{2}{x+3} = 0 &\Leftrightarrow \frac{5(x+3)+2}{x+3} = 0 \\ &\Leftrightarrow 5(x+3)+2 = 0 \\ &\Leftrightarrow 5x+15+2 = 0 \\ &\Leftrightarrow 5x = -17 \\ &\Leftrightarrow x = -\frac{17}{5} \end{aligned}$$

La solution est $-\frac{17}{5}$.

Correction exercice 3

Dresser le tableau de signe des fonctions suivantes sur \mathbb{R} :

- $4x - 8 = 0 \Leftrightarrow 4x = 8 \Leftrightarrow x = \frac{8}{4} = 2$ et $4 > 0$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
Signe de $4x - 8$		$-$	$+$

- $-9x + 6 = 0 \Leftrightarrow -9x = -6 \Leftrightarrow x = \frac{-6}{-9} = \frac{2}{3}$ et $-9 < 0$

x	$-\infty$	$\frac{2}{3}$	$+\infty$
Signe de $-9x + 6$		$+$	$-$

- $2x + 2 = 0 \Leftrightarrow 2x = -2 \Leftrightarrow x = -\frac{2}{2} = -1$ et $2 > 0$

- $7x - 14 = 0 \Leftrightarrow 7x = 14 \Leftrightarrow x = \frac{14}{7} = 2$ et $7 > 0$

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$
Signe de $2x + 2$		$-$	$+$	$+$
Signe de $7x - 14$		$-$	0	$+$
Signe de $h(x)$		$+$	0	$+$

$$\bullet x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ et } 1 > 0$$

$$-2x + 3 = 0 \Leftrightarrow -2x = -3 \Leftrightarrow x - \frac{-3}{-2} = \frac{3}{2} \text{ et } -2 < 0$$

x	$-\infty$	1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
Signe de $x - 1$	-	0	+	+
Signe de $-2x + 3$	+	+	0	-
Signe de $k(x)$	-	0	+	-

$$\bullet 5x - 8 = 0 \Leftrightarrow 5x = 8 \Leftrightarrow x = \frac{8}{5} \text{ et } 5 > 0$$

$$2x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ et } 2 > 0$$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{8}{5}$	$+\infty$	
Signe de $5x - 8$	-	-	0	+	
Signe de $2x + 1$	-	0	+	+	
Signe de $\frac{5x-8}{2x+1}$	+		-	0	+

$$\bullet 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow 3x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \text{ et } 3 > 0$$

$$-4x + 2 = 0 \Leftrightarrow -4x = -2 \Leftrightarrow x = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2} \text{ et } -4 < 0$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	
Signe de $3x - 1$	-	0	+	+	
Signe de $-4x + 2$	+	+	0	-	
Signe de $\frac{3x-1}{-4x+2}$	-	0	+		-

Correction exercice 4

1. Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

$$\bullet 2x - 5 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq 5 \Leftrightarrow x \geq \frac{5}{2} \quad (2 > 0)$$

$$S = \left[\frac{5}{2}; +\infty \right[$$

$$\bullet 5x - 3 \leq 2x + 6 \Leftrightarrow 5x - 2x \leq 6 + 3 \Leftrightarrow 3x \leq 9 \Leftrightarrow x \leq \frac{9}{3} = 3 \quad (3 > 0)$$

$$S =] -\infty; 3]$$

$$\bullet -3x + 15 \geq x + 20 \Leftrightarrow -3x - x \geq 20 - 15 \Leftrightarrow -4x \geq 5 \Leftrightarrow x \leq -\frac{5}{4} \quad (-4 < 0)$$

$$S = \left] -\infty; -\frac{5}{4} \right]$$

$$\bullet 2x + 3 > 9x - 2 \Leftrightarrow 2x - 9x > -2 - 3 \Leftrightarrow -7x > -5 \Leftrightarrow x < \frac{-5}{-7} = \frac{5}{7} \quad (-7 < 0)$$

$$S = \left] -\infty; \frac{5}{7} \right[$$

$$\bullet 2,5x - 3 \geq 9, 5x + 18 \Leftrightarrow 2,5x - 9, 5x \geq 18 + 3 \Leftrightarrow -7x \geq 21 \Leftrightarrow x \leq -\frac{21}{7} = -3$$

$$(-7 < 0)$$

$$S =]-\infty; -3]$$

$$\bullet -7 \leq 4x + 9 \Leftrightarrow -7 - 9 \leq 4x \Leftrightarrow -16 \leq 4x \Leftrightarrow -4 = \frac{-16}{4} \leq x \quad (4 > 0)$$

$$S = [-4; +\infty[$$

2. Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

Pour résoudre une inéquation « produit », on dresse un tableau de signe.

$$\bullet x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = 8 \text{ et } 1 > 0$$

$$-1 - 10x = 0 \Leftrightarrow -10x = 1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{10} \text{ et } -10 < 0$$

x	$-\infty$	$-\frac{1}{10}$	8	$+\infty$	
Signe de $x - 8$		-	0	+	
Signe de $-1 - 10x$	+	0	-	-	
Signe du produit	-	0	+	0	-

$$S =]-\infty; -\frac{1}{10}[\cup]8; +\infty[$$

$$\bullet x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ et } 1 > 0$$

$$9x + 27 = 0 \Leftrightarrow 9x = -27 \Leftrightarrow x = \frac{-27}{9} = -3 \text{ et } 9 > 0$$

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$	
Signe de $x - 1$		-	0	+	
Signe de $9x + 27$	-	0	+	+	
Signe du produit	+	0	-	0	+

$$S =]-\infty; -3] \cup [1; +\infty[$$

$$\bullet -7x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ et } -7 < 0$$

$$x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = -9 \text{ et } 1 > 0$$

$$2 - x = 0 \Leftrightarrow x = 2 \text{ et } -1 < 0$$

x	$-\infty$	-9	0	2	$+\infty$		
Signe de $-7x$	+	+	0	-	-		
Signe de $x + 9$	-	0	+	+	+		
Signe de $2 - x$	+	+	+	0	-		
Signes du produit	-	0	+	0	-	0	+

$$S =]-\infty; -9] \cup [0; 2]$$

3. Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

Pour résoudre une inéquation « quotient », on dresse un tableau de signe.

• $3x + 9 = 0 \Leftrightarrow 3x = -9 \Leftrightarrow x = -3$ et $3 > 0$

$x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ et $1 > 0$

x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$
Signe de $3x + 9$		-	0	+
Signe de $x - 2$		-	-	0
Signe du quotient		+	0	-

$S =] - 3; 2[$

• $-2x + 3 = 0 \Leftrightarrow -2x = -3 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$ et $-2 < 0$

$x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -4$ et $1 > 0$

x	$-\infty$	-4	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
Signe de $-2x + 3$		+	+	0
Signe de $x + 4$		-	0	+
Signe du quotient		-	0	+

$S = \left] -4; \frac{3}{2} \right]$

• $-6x - 7 = 0 \Leftrightarrow -6x = 7 \Leftrightarrow x = -\frac{7}{6}$ et $-6 < 0$

$1 + x = 0 \Leftrightarrow x = -1$ et $1 > 0$

x	$-\infty$	$-\frac{7}{6}$	-1	$+\infty$
Signe de $-6x - 7$		+	0	-
Signe de $1 + x$		-	-	0
Signe du quotient		-	0	+

$S = \left] -\infty; -\frac{7}{6} \right[\cup] -1; +\infty[$