

I Calculs avec des fractions, des puissances et des racines carrées

Exercice 1

Mettre les expressions suivantes sous forme d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{3}{8} - \frac{7}{5}$$

$$E = \frac{3 - \frac{4}{9}}{\frac{3}{7} - \frac{1}{4}}$$

$$B = 49 \times \frac{5}{21}$$

$$F = \frac{\frac{2}{3} + \frac{5}{6}}{\frac{7}{2}}$$

$$C = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$$

$$G = \frac{\left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right) \times 3}{2}$$

$$D = \frac{2}{3} - \frac{3}{4} + 3 \left(\frac{4}{5} - \frac{5}{6}\right)$$

$$H = 2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}}$$

Exercice 2

Simplifier au maximum les expressions suivantes :

$$A = 7^8 \times 7^{-5}$$

$$F = \frac{16^{25}}{2^{100}}$$

$$B = 5^6 \times 3^6$$

Pour a et b deux réels tels que $b^2 + ab \neq 0$,

$$G = \frac{a^2 + ab}{b^2 + ab}$$

$$C = \frac{(21^{-5})^2}{7^{-10}}$$

Pour a et b deux réels tels que $a \neq 0$ et $b \neq 0$,

$$H = \frac{a^2(-a)^3(-b^2)b^5a}{(-b)^4a^5(ab)^2}$$

$$D = \frac{5^{-2} \times 5^{-7}}{5^6}$$

$$E = \frac{(5 - 2 \times 3)^4}{(2 - 5)^5}$$

Exercice 3

1. Écrire $A = \sqrt{8} \times \sqrt{2}$ et $B = \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}}$ sous la forme d'un entier.

2. Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ les expressions suivantes :

$$A = \sqrt{18}$$

$$D = \sqrt{12} + 3\sqrt{3} - \sqrt{75}$$

$$B = \sqrt{200}$$

$$E = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{242}} \times \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{25}}$$

$$C = 3\sqrt{2} - 4\sqrt{8} + 2\sqrt{18}$$

3. Écrire sans racine carrée au dénominateur les expressions suivantes :

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$B = \frac{2}{\sqrt{6}}$$

$$C = \frac{3}{\sqrt{5} + 1}$$

$$D = \frac{1 + \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}}$$

4. Montrer que $\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{1 + \sqrt{2}}$

5. Le nombre $\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ est appelé le nombre d'or. Montrer que $\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$

6. Calculer $\left(\sqrt{12 - 3\sqrt{7}} + \sqrt{12 + 3\sqrt{7}}\right)^2$

II Calcul littéral

Exercice 1

Soit $x \in \mathbb{R}$. Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (3x - 5)(3x + 2)$$

$$D = 9 - 5(3x - 4)$$

$$B = \left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{7}\right) \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5}x\right)$$

$$E = \frac{3}{5}(x - 5) - x(4 - 3x)$$

$$C = (x + 2\sqrt{5})(x - 5\sqrt{3})$$

$$F = (8x + 4)(3x - 10) - (x + 2)(x - 5)$$

Exercice 2

Soit $x \in \mathbb{R}$. En utilisant les identités remarquables, développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = (x + 5)^2$$

$$E = (2x + 7)^2 - (3 - 4x)^2$$

$$B = (2x - 3)^2$$

$$F = (2x + 1)^2(2x - 1)$$

$$C = (x - 8)(x + 8)$$

$$G = (2x - 9)(3 - 2x) + 5(2x + 1)^2$$

$$D = \left(x - \frac{2}{3}\right)^2$$

$$H = (x + 1)^2 + \left(x + \frac{1}{3}\right) \left(x - \frac{1}{3}\right)$$

Exercice 3

Soit $x \in \mathbb{R}$. Écrire sous la forme d'une seule fraction les expressions suivantes :

Pour $x \neq -2$

$$A = 4 + \frac{3}{x + 2}$$

Pour $x \neq \frac{1}{3}$,

$$B = \frac{2x}{3x - 1} - 5$$

Pour $x \neq -3$ et $x \neq 5$,

$$C = \frac{4}{2x + 6} - \frac{3}{x - 5}$$

Exercice 4

Soit $x \in \mathbb{R}$. Factoriser au maximum les expressions suivantes :

$$A = 12x^3 - 3x$$

$$D = (3x - 1)(4x + 7) + (x - 12)(3x - 1)$$

$$B = 27x^3 - 36x^2 + 12x$$

$$E = (3x + 8)(x - 1) - 1 + x$$

$$C = (x + 1)(4x + 3) - (x + 1)(7x - 8)$$

$$F = (2x + 1)(2x - 6) + (x - 2)(x - 3)$$

Exercice 5

Soit $x \in \mathbb{R}$. A l'aide d'une identité remarquable, factoriser au maximum les expressions suivantes :

$$A = x^2 - 1$$

$$C = 16 - (8x - 6)^2$$

$$E = x^2 - 4 - (x + 2)^2$$

$$B = 81x^2 - 4$$

$$D = 4x^2 - 12x + 9$$

$$F = (2x + 3)^2 - (7x - 5)^2$$

Exercice 6

Soit n un entier naturel. Factoriser au maximum les expressions suivantes :

$$A = 3 \times 5^{n+1} - 2 \times 5^n$$

$$C = -2 \times 3^{n+1} + 2 \times 3^n$$

$$B = 3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^{n+1} - 3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^n$$

$$D = (n + 1) \times 2^{n+1} - n \times 2^n$$

III Résolution d'équations et d'inéquations

Exercice 1

1. Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$3x - 5 = 0$$

$$-x = 5$$

$$7x - 3 = 2x + 6$$

$$2x - \frac{1}{3} = \frac{1}{4}x + 2$$

2. Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$(x - 4)(2x - 6) = 0$$

$$(5x - 1)(x - 9) - (x - 9)(2x - 1) = 0$$

$$-x(x + 16)(2 - 5x) = 0$$

$$(2x - 1)(5x - 7)^2 = 0$$

3. Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$x^2 + 12 = 0$$

$$(x - 4)^2 = 25$$

$$4x^2 + 10 = 20$$

$$(3x - 5)^2 = 8$$

Exercice 2

1. Résoudre dans $] -\infty; 2[\cup] 2; +\infty[$ l'équation suivante : $\frac{5 - 8x}{x - 2} = 3$

2. Résoudre dans $] -\infty; \frac{8}{5}[\cup] \frac{8}{5}; +\infty[$ l'équation suivante : $\frac{-3x - 1}{8 - 5x} = 0$

3. Résoudre dans $] -\infty; -1[\cup] -1; +\infty[$ l'équation suivante : $x + 1 = \frac{9}{x + 1}$

4. Résoudre dans $] -\infty; -3[\cup] -3; +\infty[$ l'équation suivante : $5 + \frac{2}{x + 3} = 0$

Exercice 3

Dresser le tableau de signes des fonctions suivantes sur leur ensemble de définition :

$$f(x) = 4x - 8$$

$$h(x) = (2x + 2)(7x - 14) \quad m(x) = \frac{5x - 8}{2x + 1}$$

$$g(x) = -9x + 6$$

$$k(x) = (x - 1)(-2x + 3) \quad n(x) = \frac{3x - 1}{-4x + 2}$$

Exercice 4

1. Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

$$2x - 5 \geq 0$$

$$-3x + 15 \geq x + 20$$

$$2,5x - 3 \geq 9,5x + 18$$

$$5x - 3 \leq 2x + 6$$

$$2x + 3 > 9x - 2$$

$$-7 \leq 4x + 9$$

2. Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

$$(x - 8)(-1 - 10x) < 0$$

$$(x - 1)(9x + 27) \geq 0$$

$$-7x(x + 9)(2 - x) \leq 0$$

3. Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

$$\frac{3x + 9}{x - 2} < 0$$

$$\frac{-2x + 3}{x + 4} \geq 0$$

$$\frac{-6x - 7}{1 + x} < 0$$