I Calculs avec des fractions, des puissances et des racines carrées

Exercice 1

Mettre les expressions suivantes sous forme d'une fraction irréductible :

$A = \frac{3}{8} - \frac{7}{5} = \frac{3\times5}{8\times5} - \frac{7\times8}{5\times8} = \frac{15-56}{40} = -\frac{41}{40}$

$B = 49 \times \frac{5}{21} = \frac{49\times5}{21} = \frac{7\times7\times5}{3\times7} = \frac{35}{3}$

$C = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{6}{12} - \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$

$D = \frac{2}{3} - \frac{3}{4} + 3\left(\frac{4}{5} - \frac{5}{6}\right) = \frac{2}{3} - \frac{3}{4} + 3\left(\frac{24}{30} - \frac{25}{30}\right)$
$= \frac{2}{3} - \frac{3}{4} + 3\times\left(-\frac{1}{30}\right) = \frac{2}{3} - \frac{3}{4} - \frac{1}{10} = \frac{40}{60} - \frac{45}{60} - \frac{6}{60} = -\frac{11}{60}$

$E = \frac{3-\frac{4}{9}}{\frac{3}{7}-\frac{1}{4}} = \frac{\frac{27}{9}-\frac{4}{9}}{\frac{12}{28}-\frac{7}{28}} = \frac{\frac{23}{9}}{\frac{5}{28}} = \frac{23}{9} \times \frac{28}{5} = \frac{23\times28}{9\times5} = \frac{644}{45}$

$F = \frac{\frac{2}{3}+\frac{5}{6}}{\frac{7}{2}} = \frac{\frac{4}{6}+\frac{5}{6}}{\frac{7}{2}} = \frac{\frac{9}{6}}{\frac{7}{2}} = \frac{9}{6}\times\frac{2}{7} = \frac{3\times3\times2}{3\times2\times7} = \frac{3}{7}$

$G = \frac{\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{6}\right)\times3}{2} = \frac{\left(\frac{9}{12}-\frac{10}{12}\right)\times3}{2} = \frac{-\frac{1}{12}\times3}{2} = \frac{-\frac{1}{4}}{2} = -\frac{1}{8}$

$H = 2 + \frac{1}{3+\frac{1}{2+\frac{1}{3}}} = 2 + \frac{1}{3+\frac{1}{\frac{6}{3}+\frac{1}{3}}} = 2 + \frac{1}{3+\frac{1}{\frac{7}{3}}} = 2 + \frac{1}{3+\frac{3}{7}} = 2 + \frac{1}{\frac{21}{7}+\frac{3}{7}} = 2 + \frac{1}{\frac{24}{7}}$
$= 2 + \frac{7}{24} = \frac{48}{24} + \frac{7}{24} = \frac{55}{24}$

Exercice 2

Simplifier au maximum les expressions suivantes :

$A = 7^8 \times 7^{-5} = 7^{8-5} = 7^3$

$B = 5^6 \times 3^6 = (5\times3)^6 = 15^6$

$C = \frac{(21^{-5})^2}{7^{-10}} = \frac{21^{5\times2}}{7^{-10}} = \frac{21^{-10}}{7^{-10}} = \left(\frac{21}{7}\right)^{-10} = 3^{-10}$

$D = \frac{5^{-2-7}}{5^6} = \frac{5^{-9}}{5^6} = 5^{-9-6} = 5^{-15}$

$E = \frac{(-1)^4}{(-3)^5} = \frac{1}{(-3)^5} = \frac{1}{-3^5} = -3^{-5}$

$F = \frac{16^{25}}{2^{100}} = \frac{(2^4)^{25}}{2^{100}} = \frac{2^{4\times25}}{2^{100}} = \frac{2^{100}}{2^{100}} = 1$

Pour a et b deux réels tels que $b^2+ab \neq 0$,
$G = \frac{a^2+ab}{b^2+ab} = \frac{a(a+b)}{b(b+a)} = \frac{a}{b}$

Pour a et b deux réels tels que $a \neq 0$ et $b \neq 0$,
$H = \frac{a^2(-a)^3(-b^2)b^5a}{(-b)^4a^5(ab)^2} = \frac{a^2\times(-a^3)\times(-b^2)\times b^5\times a}{b^4\times a^5\times a^2\times b^2} = \frac{a^{2+3+1}\times b^{2+5}}{b^{4+2}\times a^{5+2}}$
$= \frac{a^6\times b^7}{b^6\times a^7} = \frac{b}{a}.$

Exercice 3

1. Écrire $A = \sqrt{8}\times\sqrt{2}$ et $B = \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}}$ sous la forme d'un entier.

$A = \sqrt{8}\times\sqrt{2} = \sqrt{8\times2} = \sqrt{16} = 4$

$B = \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{98}{2}} = \sqrt{49} = 7$

2. Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ les expressions suivantes :

$A = \sqrt{18} = \sqrt{9\times2} = \sqrt{9}\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

$B = \sqrt{200} = \sqrt{100\times2} = \sqrt{100}\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$

$$C = 3\sqrt{2} - 4\sqrt{8} + 2\sqrt{18} = 3\sqrt{2} - 4\sqrt{4}\sqrt{2} + 2\sqrt{9}\sqrt{2} = 3\sqrt{2} - 4\times 2\sqrt{2} + 2\times 3\sqrt{2}$$
$$= 3\sqrt{2} - 8\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$D = \sqrt{4}\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - \sqrt{25}\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 0$$

$$E = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{242}} \times \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{25}} = \frac{9}{\sqrt{121}\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{49}\sqrt{2}}{5} = \frac{9}{11\sqrt{2}} \times \frac{7\sqrt{2}}{5} = \frac{9\times 7\sqrt{2}}{11\sqrt{2}\times 5} = \frac{63}{55}$$

3. Écrire sans racine carrée au dénominateur les expressions suivantes :

$$A = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$B = \frac{2}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{6}\times\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{6} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$
$$C = \frac{3}{\sqrt{5}+1} = \frac{3(\sqrt{5}-1)}{(\sqrt{5}+1)(\sqrt{5}-1)} = \frac{3\sqrt{5}-3}{(\sqrt{5})^2-1^2} = \frac{3\sqrt{5}-3}{5-1} = \frac{3\sqrt{5}-3}{4}$$
$$D = \frac{1+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} = \frac{(1+\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})} = \frac{3+\sqrt{5}+3\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2}{3^2-\sqrt{5}^2} = \frac{3+4\sqrt{5}+5}{9-5}$$
$$= \frac{8+4\sqrt{5}}{4} = \frac{4(2+\sqrt{5})}{4} = 2+\sqrt{5}$$

4. Montrer que $\sqrt{2} = 1 + \dfrac{1}{1+\sqrt{2}}$

$$\begin{aligned} 1 + \frac{1}{1+\sqrt{2}} &= \frac{1+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{1+\sqrt{2}} = \frac{2+\sqrt{2}}{1+\sqrt{2}} = \frac{(2+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})}{(1+\sqrt{2})(1-\sqrt{2})} \\ &= \frac{2-2\sqrt{2}+\sqrt{2}-2}{1-2} = \frac{-\sqrt{2}}{-1} = \sqrt{2} \end{aligned}$$

5. Le nombre $\varphi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ est appelé le nombre d'or. Montrer que $\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$

$$\begin{aligned} \varphi^2 - \varphi - 1 &= \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^2 - \frac{1+\sqrt{5}}{2} - 1 \\ &= \frac{(1+\sqrt{5})^2}{4} - \frac{2(1+\sqrt{5})}{4} - \frac{4}{4} \\ &= \frac{(1+\sqrt{5})^2 - 2(1+\sqrt{5}) - 4}{4} \\ &= \frac{1+2\sqrt{5}+\sqrt{5}^2 - 2 - 2\sqrt{5} - 4}{4} \\ &= \frac{1+2\sqrt{5}+5-2-2\sqrt{5}-4}{4} = \frac{0}{4} = 0 \end{aligned}$$

6. Calculer $\left(\sqrt{12-3\sqrt{7}} + \sqrt{12+3\sqrt{7}}\right)^2$

$$\begin{aligned} \left(\sqrt{12-3\sqrt{7}} + \sqrt{12+3\sqrt{7}}\right)^2 &= \sqrt{12-3\sqrt{7}}^2 + 2\sqrt{12-3\sqrt{7}}\sqrt{12+3\sqrt{7}} + \sqrt{12+3\sqrt{7}}^2 \\ &= 12 - 3\sqrt{7} + 2\sqrt{(12-3\sqrt{7})(12+3\sqrt{7})} + 12 + 3\sqrt{7} \\ &= 24 + 2\sqrt{12^2 - (3\sqrt{7})^2} = 24 + 2\sqrt{144 - 3^2\sqrt{7}^2} \\ &= 24 + 2\sqrt{144 - 9\times 7} = 24 + 2\sqrt{81} = 24 + 2\times 9 = 42 \end{aligned}$$

II Calcul littéral

Exercice 1

Soit $x \in \mathbb{R}$. Développer et réduire les expressions suivantes :

Soit $x \in \mathbb{R}$,

$$A = (3x-5)(3x+2) = 9x^2 + 6x - 15x - 10 = 9x^2 - 9x - 10$$

$B=\left(\frac{3}{4}x-\frac{1}{7}\right)\left(\frac{2}{3}-\frac{3}{5}x\right)=\frac{1}{2}x-\frac{9}{20}x^2-\frac{2}{21}+\frac{3}{35}x=-\frac{9}{20}x^2+\left(\frac{35}{70}+\frac{6}{70}\right)x-\frac{2}{21}$
$=-\frac{9}{20}x^2+\frac{41}{70}x-\frac{2}{21}$

$C=(x+2\sqrt{5})(x-5\sqrt{3})=x^2-5\sqrt{3}x+2\sqrt{5}x-2\sqrt{5}\times 5\sqrt{3}$
$=x^2+(2\sqrt{5}-5\sqrt{3})x-10\sqrt{15}$

$D=9-5(3x-4)=9-15x+20=-15x+29$

$E=\frac{3}{5}(x-5)-x(4-3x)=\frac{3}{5}x-3-4x+3x^2=3x^2+\left(\frac{3}{5}-\frac{20}{5}\right)x-3=3x^2-\frac{17}{5}x-3$

$F=(8x+4)(3x-10)-(x+2)(x-5)=24x^2-80x+12x-40-(x^2-5x+2x-10)$
$=24x^2-68x-40-(x^2-3x-10)=24x^2-68x-40-x^2+3x+10=23x^2-65x-30$

Exercice 2

Soit $x\in\mathbb{R}$. En utilisant des identités remarquables, développer et réduire les expressions suivantes :

Soit $x\in\mathbb{R}$,

$A=(x+5)^2=x^2+10x+25$

$B=(2x-3)^2=4x^2-12x+9$

$C=(x-8)(x+8)=x^2-64$

$D=\left(x-\frac{2}{3}\right)^2=x^2-\frac{4}{3}x+\frac{4}{9}$

$E=(2x+7)^2-(3-4x)^2=4x^2+28x+49-(9-24x+16x^2)$
$=4x^2+28x+49-9+24x-16x^2=-12x^2+52x+40$

$F=(2x+1)^2(2x-1)=(4x^2+4x+1)(2x-1)=8x^3-4x^2+8x^2-4x+2x-1$
$=8x^3+4x^2-2x-1$

$G=(2x-9)(3-2x)+5(2x+1)^2=6x-4x^2-27+18x+5(4x^2+4x+1)$
$=-4x^2+24x-27+20x^2+20x+5=16x^2+44x-22$

$H=(x+1)^2+\left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)=x^2+2x+1+x^2-\frac{1}{9}=2x^2+2x-\frac{8}{9}$

Exercice 3

Soit $x\in\mathbb{R}$. Écrire sous la forme d'une seule fraction les expressions suivantes :

- Soit $x\in\mathbb{R}$, $x\neq -2$,

$A=4+\frac{3}{x+2}=\frac{4(x+2)}{x+2}+\frac{3}{x+2}=\frac{4x+8+3}{x+2}=\frac{4x+11}{x+2}$

- Soit $x\in\mathbb{R}$, $x\neq\frac{1}{3}$,

$B=\frac{2x}{3x-1}-5=\frac{2x}{3x-1}-\frac{5(3x-1)}{3x-1}=\frac{2x-15x+5}{3x-1}=\frac{-13x+5}{3x-1}$

- Soit $x\in\mathbb{R}$, $x\neq -3$ et $x\neq 5$,

$C=\frac{4}{2x+6}-\frac{3}{x-5}=\frac{2}{x+3}-\frac{3}{x-5}=\frac{2(x-5)}{(x+3)(x-5)}-\frac{3(x+3)}{(x+3)(x-5)}$
$=\frac{2x-10-(3x+9)}{(x+3)(x-5)}=\frac{2x-10-3x-9}{(x+3)(x-5)}=\frac{-x-19}{(x+3)(x-5)}$

Exercice 4

Soit $x\in\mathbb{R}$. Factoriser au maximum les expressions suivantes :

Soit $x\in\mathbb{R}$,

$A=12x^3-3x=3x(4x^2-1)$

$B=27x^3-36x^2+12x=3x(9x^2-12x+4)$

$C = (x+1)(4x+3) - (x+1)(7x-8) = (x+1)(4x+3-(7x-8))$
$= (x+1)(4x+3-7x+8) = (x+1)(-3x+11)$

$D = (3x-1)(4x+7)+(x-12)(3x-1) = (3x-1)(4x+7+x-12) = (3x-1)(5x-5)$
$= (3x-1)\times 5(x-1) = 5(3x-1)(x-1)$

$E = (3x+8)(x-1) - 1 + x = (3x+8)(x-1) + (x-1) = (x-1)(3x+8+1)$
$= (x-1)(3x+9) = (x-1)\times 3(x+3) = 3(x-1)(x+3)$

$F = (2x+1)(2x-6) + (x-2)(x-3) = (2x+1)\times 2(x-3) + (x-2)(x-3)$
$= (x-3)(2(2x+1)+x-2) = (x-3)(4x+2+x-2) = (x-3)\times 5x = 5x(x-3)$

Exercice 5

Soit $x \in \mathbb{R}$. A l'aide d'une identité remarquable, factoriser au maximum les expressions suivantes :

Soit $x \in \mathbb{R}$,

$A = x^2 - 1 = (x-1)(x+1)$

$B = 81x^2 - 4 = (9x-2)(9x+2)$

$C = 16 - (8x-6)^2 = (4-(8x-6))(4+(8x-6)) = (4-8x+6)(4+8x-6)$
$= (-8x+10)(8x-2)$

$D = 4x^2 - 12x + 9 = (2x-3)^2$

$E = x^2 - 4 - (x+2)^2 = (x-2)(x+2) - (x+2)^2 = (x+2)(x-2-(x+2))$
$= (x+2)(x-2-x-2) = (x+2)\times(-4) = -4(x+2)$

$F = (2x+3)^2 - (7x-5)^2 = (2x+3-(7x-5))(2x+3+7x-5) = (2x+3-7x+5)(9x-2)$
$= (-5x+8)(9x-2)$

Exercice 6

Soit n un entier naturel. Factoriser au maximum les expressions suivantes :

Soit n un entier naturel,

$A = 3\times 5^{n+1} - 2\times 5^n = 3\times 5^n \times 5 - 2\times 5^n = 5^n(3\times 5-2) = 3\times 5^n\times 13 = 13\times 5^n$

$$B = 3\times\left(\frac{2}{5}\right)^{n+1} - 3\times\left(\frac{2}{5}\right)^n = 3\times\left(\frac{2}{5}\right)^n\times\frac{2}{5} - 3\times\left(\frac{2}{5}\right)^n = 3\times\left(\frac{2}{5}\right)^n\left(\frac{2}{5}-1\right)$$
$$= 3\times\left(\frac{2}{5}\right)^n\times\left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{9}{5}\times\left(\frac{2}{5}\right)^n$$

$C = -2\times 3^{n+1} + 2\times 3^n = -2\times 3^n\times 3 + 2\times 3^n = 2\times 3^n(-3+1)$
$= 2\times 3^n\times(-2) = -4\times 3^n$

$D = (n+1)\times 2^{n+1} - n\times 2^n = (n+1)\times 2^n\times 2 - n\times 2^n = 2^n(2(n+1)-n)$
$= 2^n(2n+2-n) = 2^n(n+2)$

III Résolution d'équations et d'inéquations

Exercice 1

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

Soit $x \in \mathbb{R}$,

• $3x - 5 = 0 \Leftrightarrow 3x = 5 \Leftrightarrow x = \dfrac{5}{3}$.
La solution est $\frac{5}{3}$.

• $7x - 3 = 2x + 6 \Leftrightarrow 7x - 2x = 6 + 3 \Leftrightarrow 5x = 9 \Leftrightarrow x = \dfrac{9}{5}$
La solution est $\frac{9}{5}$.

• $-x = 5 \Leftrightarrow x = -5$.
La solution est -5.

• $2x-\frac{1}{3}=\frac{1}{4}x+2 \Leftrightarrow 2x-\frac{1}{4}x=2+\frac{1}{3} \Leftrightarrow \left(\frac{8}{4}-\frac{1}{4}\right)x=\frac{6}{3}+\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{7}{4}x=\frac{7}{3}$

$$\Leftrightarrow x=\frac{7}{3}\times\frac{4}{7} \Leftrightarrow x=\frac{4}{3}$$

La solution est $\frac{4}{3}$.

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

Soit $x \in \mathbb{R}$,

• $$\begin{aligned}(x-4)(2x-6)=0 &\Leftrightarrow x-4=0 \text{ ou } 2x-6=0\\ &\Leftrightarrow x=4 \text{ ou } 2x=6\\ &\Leftrightarrow x=4 \text{ ou } x=\frac{6}{2}=3\end{aligned}$$

Les solutions sont 4 et 3.

• $$\begin{aligned}-x(x+16)(2-5x)=0 &\Leftrightarrow x=0 \text{ ou } x+16=0 \text{ ou } 2-5x=0\\ &\Leftrightarrow x=0 \text{ ou } x=-16 \text{ ou } -5x=-2\\ &\Leftrightarrow x=0 \text{ ou } x=-16 \text{ ou } x=\frac{2}{5}\end{aligned}$$

Les solutions sont 0, -16 et $\frac{2}{5}$.

• $$\begin{aligned}(5x-1)(x-9)-(x-9)(2x-1)=0 &\Leftrightarrow (x-9)(5x-1-2x+1)=0\\ &\Leftrightarrow (x-9)\times 3x=0\\ &\Leftrightarrow x-9=0 \text{ ou } x=0\\ &\Leftrightarrow x=9 \text{ ou } x=0\end{aligned}$$

Les solutions sont -9 et 0.

• $$\begin{aligned}(2x-1)(5x-7)^2=0 &\Leftrightarrow 2x-1=0 \text{ ou } (5x-7)^2=0\\ &\Leftrightarrow 2x-1=0 \text{ ou } 5x-7=0\\ &\Leftrightarrow x=\frac{1}{2} \text{ ou } x=\frac{7}{5}\end{aligned}$$

Les solutions sont $\frac{1}{2}$ et $\frac{7}{5}$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

• $x^2+12=0 \Leftrightarrow x^2=-12$

Un carré réel est toujours positif ou nul, et $-12<0$ donc l'équation n'admet aucune solution.

• $4x^2+10=20 \Leftrightarrow 4x^2=10 \Leftrightarrow x^2=\frac{5}{2} \Leftrightarrow x=\sqrt{\frac{5}{2}}$ ou $x=-\sqrt{\frac{5}{2}}$

Les solutions sont $\sqrt{\frac{5}{2}}$ et $-\sqrt{\frac{5}{2}}$.

• $$\begin{aligned}(x-4)^2=25 &\Leftrightarrow x-4=\sqrt{25}=5 \text{ ou } x-4=-\sqrt{25}=-5\\ &\Leftrightarrow x=5+4=9 \text{ ou } x=-5+4=-1\end{aligned}$$

Les solutions sont 9 et -1.

• $$\begin{aligned}(3x-5)^2=8 &\Leftrightarrow 3x-5=\sqrt{8} \text{ ou } 3x-5=-\sqrt{8}\\ &\Leftrightarrow 3x=\sqrt{8}+5 \text{ ou } 3x=-\sqrt{8}+5\\ &\Leftrightarrow x=\frac{\sqrt{8}+5}{3} \text{ ou } x=\frac{-\sqrt{8}+5}{3}\end{aligned}$$

Les solutions sont $\frac{\sqrt{8}+5}{3}$ et $\frac{-\sqrt{8}+5}{3}$.

Exercice 2

1. Résoudre dans $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ l'équation suivante : $\frac{5-8x}{x-2}=3$

Soit $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 2$,

$\frac{5-8x}{x-2}=3 \Leftrightarrow 5-8x=3(x-2) \Leftrightarrow 5-8x=3x-6$

$$\Leftrightarrow -8x-3x=-6-5 \Leftrightarrow -11x=-11 \Leftrightarrow x=\frac{-11}{-11}=1$$

La solution est 1.

2. Résoudre dans $\left]-\infty; \frac{8}{5}\right[\cup \left]\frac{8}{5}; +\infty\right[$ l'équation suivante : $\dfrac{-3x-1}{8-5x} = 0$

Soit $x \in \mathbb{R}$, $x \neq \dfrac{8}{5}$,

$\dfrac{-3x-1}{8-5x} = 0 \Leftrightarrow -3x - 1 = 0 \Leftrightarrow -3x = 1 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{3}$

La solution est $-\frac{1}{3}$.

3. Résoudre dans $]-\infty; -1[\cup]-1; +\infty[$ l'équation suivante : $x + 1 = \dfrac{9}{x+1}$

Soit $x \in \mathbb{R}$, $x \neq -1$,

$$\begin{aligned} x+1 = \frac{9}{x+1} &\Leftrightarrow (x+1)^2 = 9 \\ &\Leftrightarrow x+1 = 3 \text{ ou } x+1 = -3 \\ &\Leftrightarrow x = 3-1 = 2 \text{ ou } x = -3-1 = -4 \end{aligned}$$

Les solutions sont 2 et -4.

4. Résoudre dans $]-\infty; -3[\cup]-3; +\infty[$ l'équation suivante : $5 + \dfrac{2}{x+3} = 0$

Soit $x \in \mathbb{R}$, $x \neq -3$,

$$\begin{aligned} 5 + \frac{2}{x+3} = 0 &\Leftrightarrow \frac{5(x+3)+2}{x+3} = 0 \\ &\Leftrightarrow 5(x+3)+2 = 0 \\ &\Leftrightarrow 5x + 15 + 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow 5x = -17 \\ &\Leftrightarrow x = -\frac{17}{5} \end{aligned}$$

La solution est $-\frac{17}{5}$.

Exercice 3

Dresser le tableau de signe des fonctions suivantes sur $\mathbb{R}$:

• $4x - 8 = 0 \Leftrightarrow 4x = 8 \Leftrightarrow x = \dfrac{8}{4} = 2$ et $4 > 0$

x	$-\infty$		2		$+\infty$
Signe de $4x-8$		$-$	0	$+$	

• $-9x + 6 = 0 \Leftrightarrow -9x = -6 \Leftrightarrow x = \dfrac{-6}{-9} = \dfrac{2}{3}$ et $-9 < 0$

x	$-\infty$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
Signe de $-9x+6$		$+$	0	$-$	

• $2x + 2 = 0 \Leftrightarrow 2x = -2 \Leftrightarrow x = -\dfrac{2}{2} = -1$ et $2 > 0$

$7x - 14 = 0 \Leftrightarrow 7x = 14 \Leftrightarrow x = \dfrac{14}{7} = 2$ et $7 > 0$

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
Signe de $2x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $7x-14$		$-$		$-$	0	$+$	
Signe de $h(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

• $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ et $1 > 0$

$-2x + 3 = 0 \Leftrightarrow -2x = -3 \Leftrightarrow x - \dfrac{-3}{-2} = \dfrac{3}{2}$ et $-2 < 0$

x	$-\infty$		1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
Signe de $x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $-2x+3$		$+$		$+$	0	$-$	
Signe de $k(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

• $5x - 8 = 0 \Leftrightarrow 5x = 8 \Leftrightarrow x = \dfrac{8}{5}$ et $5 > 0$

$2x + 1 = 0 \Leftrightarrow 2x = -1 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{2}$ et $2 > 0$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		$\frac{8}{5}$		$+\infty$
Signe de $5x-8$		$-$		$-$	0	$+$	
Signe de $2x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $\frac{5x-8}{2x+1}$		$+$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

• $3x - 1 = 0 \Leftrightarrow 3x = 1 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{3}$ et $3 > 0$

$-4x + 2 = 0 \Leftrightarrow -4x = -2 \Leftrightarrow x = \dfrac{-2}{-4} = \dfrac{1}{2}$ et $-4 < 0$

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
Signe de $3x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $-4x+2$		$+$		$+$	0	$-$	
Signe de $\frac{3x-1}{-4x+2}$		$-$	0	$+$	$\Vert$	$-$	

Exercice 4

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

• $2x - 5 \geq 0 \Leftrightarrow 2x \geq 5 \Leftrightarrow x \geq \dfrac{5}{2} \quad (2 > 0)$

$S = \left[\dfrac{5}{2}; +\infty\right[$

• $5x - 3 \leq 2x + 6 \Leftrightarrow 5x - 2x \leq 6 + 3 \Leftrightarrow 3x \leq 9 \Leftrightarrow x \leq \dfrac{9}{3} = 3 \quad (3 > 0)$

$S =]-\infty; 3]$

• $-3x + 15 \geq x + 20 \Leftrightarrow -3x - x \geq 20 - 15 \Leftrightarrow -4x \geq 5 \Leftrightarrow x \leq -\dfrac{5}{4} \quad (-4 < 0)$

$S = \left]-\infty; -\dfrac{5}{4}\right]$

• $2x + 3 > 9x - 2 \Leftrightarrow 2x - 9x > -2 - 3 \Leftrightarrow -7x > -5 \Leftrightarrow x < \dfrac{-5}{-7} = \dfrac{5}{7} \quad (-7 < 0)$

$S = \left]-\infty; \dfrac{5}{7}\right[$

• $2,5x-3 \geq 9,5x+18 \Leftrightarrow 2,5x-9,5x \geq 18+3 \Leftrightarrow -7x \geq 21 \Leftrightarrow x \leq -\frac{21}{7} = -3$ $(-7<0)$

$S =]-\infty; -3]$

• $-7 \leq 4x+9 \Leftrightarrow -7-9 \leq 4x \Leftrightarrow -16 \leq 4x \Leftrightarrow -4 = \frac{-16}{4} \leq x \quad (4>0)$

$S = [4; +\infty[$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

Pour résoudre une inéquation « produit », on dresse un tableau de signe.

• $x-8=0 \Leftrightarrow x=8$ et $1>0$

$-1-10x=0 \Leftrightarrow -10x=1 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{10}$ et $-10<0$

x	$-\infty$		$-\frac{1}{10}$		8		$+\infty$
Signe de $x-8$		$-$	|	$-$	0	$+$	
Signe de $-1-10x$		$+$	0	$-$	|	$-$	
Signe du produit		$-$	0	$+$	0	$-$	

$S = \left]-\infty; -\frac{1}{10}\right[\cup]8; +\infty[$

• $x-1=0 \Leftrightarrow x=1$ et $1>0$

$9x+27=0 \Leftrightarrow 9x=-27 \Leftrightarrow x=\frac{-27}{9}=-3$ et $9>0$

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
Signe de $x-1$		$-$	|	$-$	0	$+$	
Signe de $9x+27$		$-$	0	$+$	|	$+$	
Signe du produit		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S =]-\infty; -3] \cup [1; +\infty[$

• $-7x=0 \Leftrightarrow x=0$ et $-7<0$

$x+9=0 \Leftrightarrow x=-9$ et $1>0$

$2-x=0 \Leftrightarrow x=2$ et $-1<0$

x	$-\infty$		-9		0		2		$+\infty$
Signe de $-7x$		$+$	|	$+$	0	$-$	|	$-$	
Signe de $x+9$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
Signe de $2-x$		$+$	|	$+$	|	$+$	0	$-$	
Signes du produit		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$S =]-\infty; -9] \cup [0; 2]$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

Pour résoudre une inéquation « quotient », on dresse un tableau de signe.

• $3x+9=0 \Leftrightarrow 3x=-9 \Leftrightarrow x=-3$ et $3>0$
$x-2=0 \Leftrightarrow x=2$ et $1>0$

x	$-\infty$		-3		2		$+\infty$
Signe de $3x+9$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
Signe du quotient		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	

$S =]-3;2[$

• $-2x+3=0 \Leftrightarrow -2x=-3 \Leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}$ et $-2<0$
$x+4=0 \Leftrightarrow x=-4$ et $1>0$

x	$-\infty$		-4		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
Signe de $-2x+3$		$+$		$+$	0	$-$	
Signe de $x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe du quotient		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	

$S = \left]-4;\dfrac{3}{2}\right]$

• $-6x-7=0 \Leftrightarrow -6x=7 \Leftrightarrow x=-\dfrac{7}{6}$ et $-6<0$
$1+x=0 \Leftrightarrow x=-1$ et $1>0$

x	$-\infty$		$-\frac{7}{6}$		-1		$+\infty$
Signe de $-6x-7$		$+$	0	$-$		$-$	
Signe de $1+x$		$-$		$-$	0	$+$	
Signe du quotient		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	

$S = \left]-\infty;\dfrac{7}{6}\right[\cup]-1;+\infty[$