Les exercices obligatoires sont surlignés.
Ils pourront être évalués à la rentrée.

I Calculs avec des fractions, des puissances et des racines carrées

Exercice 1

Mettre les expressions suivantes sous forme d'une fraction irréductible :

$A = \frac{3}{8} - \frac{7}{5}$

$B = 49 \times \frac{5}{21}$

$C = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$

$D = \frac{2}{3} - \frac{3}{4} + 3\left(\frac{4}{5} - \frac{5}{6}\right)$

$E = \frac{3 - \frac{4}{9}}{\frac{3}{7} - \frac{1}{4}}$

$F = \frac{\frac{2}{3} + \frac{5}{6}}{\frac{7}{2}}$

$G = \frac{\left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}\right) \times 3}{2}$

$H = 2 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2 + \frac{1}{3}}}$

Exercice 2

Simplifier au maximum les expressions suivantes :

$A = 7^8 \times 7^{-5}$

$B = 5^6 \times 3^6$

$C = \frac{(21^{-5})^2}{7^{-10}}$

$D = \frac{5^{-2} \times 5^{-7}}{5^6}$

$E = \frac{(5 - 2 \times 3)^4}{(2 - 5)^5}$

$F = \frac{16^{25}}{2^{100}}$

Pour a et b deux réels tels que $b^2 + ab \neq 0$, $G = \frac{a^2 + ab}{b^2 + ab}$

Pour a et b deux réels tels que $a \neq 0$ et $b \neq 0$, $H = \frac{a^2(-a)^3(-b^2)b^5 a}{(-b)^4 a^5 (ab)^2}$

Exercice 3 (non obligatoire)

1. Écrire $A = \sqrt{8} \times \sqrt{2}$ et $B = \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{2}}$ sous la forme d'un entier.

2. Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$ les expressions suivantes :

$A = \sqrt{18}$

$B = \sqrt{200}$

$C = 3\sqrt{2} - 4\sqrt{8} + 2\sqrt{18}$

$D = \sqrt{12} + 3\sqrt{3} - \sqrt{75}$

$E = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{242}} \times \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{25}}$

3. Écrire sans racine carrée au dénominateur les expressions suivantes :

$A = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $\quad B = \frac{2}{\sqrt{6}}$ $\quad C = \frac{3}{\sqrt{5} + 1}$ $\quad D = \frac{1 + \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}}$

4. Montrer que $\sqrt{2} = 1 + \frac{1}{1 + \sqrt{2}}$

5. Le nombre $\varphi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$ est appelé le nombre d'or. Montrer que $\varphi^2 - \varphi - 1 = 0$

6. Calculer $\left(\sqrt{12 - 3\sqrt{7}} + \sqrt{12 + 3\sqrt{7}}\right)^2$

II Calcul littéral

Exercice 1

Soit $x \in \mathbb{R}$. Développer et réduire les expressions suivantes :

$A = (3x - 5)(3x + 2)$

$B = \left(\frac{3}{4}x - \frac{1}{7}\right)\left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5}x\right)$

$C = (x + 2\sqrt{5})(x - 5\sqrt{3})$

$D = 9 - 5(3x - 4)$

$E = \frac{3}{5}(x - 5) - x(4 - 3x)$

$F = (8x + 4)(3x - 10) - (x + 2)(x - 5)$

Exercice 2 (non obligatoire)

Soit $x \in \mathbb{R}$. En utilisant les identités remarquables, développer et réduire les expressions suivantes :

$A = (x+5)^2$

$B = (2x-3)^2$

$C = (x-8)(x+8)$

$D = \left(x - \frac{2}{3}\right)^2$

$E = (2x+7)^2 - (3-4x)^2$

$F = (2x+1)^2(2x-1)$

$G = (2x-9)(3-2x) + 5(2x+1)^2$

$H = (x+1)^2 + \left(x+\frac{1}{3}\right)\left(x-\frac{1}{3}\right)$

Exercice 3

Soit $x \in \mathbb{R}$. Écrire sous la forme d'une seule fraction les expressions suivantes :

Pour $x \neq -2$
$A = 4 + \frac{3}{x+2}$

Pour $x \neq \frac{1}{3}$,
$B = \frac{2x}{3x-1} - 5$

Pour $x \neq -3$ et $x \neq 5$,
$C = \frac{4}{2x+6} - \frac{3}{x-5}$

Exercice 4 (non obligatoire)

Soit $x \in \mathbb{R}$. Factoriser au maximum les expressions suivantes :

$A = 12x^3 - 3x$

$B = 27x^3 - 36x^2 + 12x$

$C = (x+1)(4x+3) - (x+1)(7x-8)$

$D = (3x-1)(4x+7) + (x-12)(3x-1)$

$E = (3x+8)(x-1) - 1 + x$

$F = (2x+1)(2x-6) + (x-2)(x-3)$

Exercice 5 (non obligatoire)

Soit $x \in \mathbb{R}$. A l'aide d'une identité remarquable, factoriser au maximum les expressions suivantes :

$A = x^2 - 1$

$B = 81x^2 - 4$

$C = 16 - (8x-6)^2$

$D = 4x^2 - 12x + 9$

$E = x^2 - 4 - (x+2)^2$

$F = (2x+3)^2 - (7x-5)^2$

Exercice 6

Soit n un entier naturel. Factoriser au maximum les expressions suivantes :

$A = 3 \times 5^{n+1} - 2 \times 5^n$

$B = 3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^{n+1} - 3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^n$

$C = -2 \times 3^{n+1} + 2 \times 3^n$

$D = (n+1) \times 2^{n+1} - n \times 2^n$

III Résolution d'équations et d'inéquations

Exercice 1

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$3x - 5 = 0$

$-x = 5$

$7x - 3 = 2x + 6$

$2x - \frac{1}{3} = \frac{1}{4}x + 2$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$(x-4)(2x-6) = 0$

$(5x-1)(x-9) - (x-9)(2x-1) = 0$

$-x(x+16)(2-5x) = 0$

$(2x-1)(5x-7)^2 = 0$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$x^2 + 12 = 0$

$(x-4)^2 = 25$

$4x^2 + 10 = 20$

$(3x-5)^2 = 8$

Exercice 2 (non obligatoire)

1. Résoudre dans $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ l'équation suivante : $\dfrac{5-8x}{x-2}=3$
2. Résoudre dans $\left]-\infty;\frac{8}{5}\right[\cup\left]\frac{8}{5};+\infty\right[$ l'équation suivante : $\dfrac{-3x-1}{8-5x}=0$
3. Résoudre dans $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ l'équation suivante : $x+1=\dfrac{9}{x+1}$
4. Résoudre dans $]-\infty;-3[\cup]-3;+\infty[$ l'équation suivante : $5+\dfrac{2}{x+3}=0$

Exercice 3

Dresser le tableau de signes des fonctions suivantes sur leur ensemble de définition :

$f(x)=4x-8$ $\quad h(x)=(2x+2)(7x-14)$ $\quad m(x)=\dfrac{5x-8}{2x+1}$

$g(x)=-9x+6$ $\quad k(x)=(x-1)(-2x+3)$ $\quad n(x)=\dfrac{3x-1}{-4x+2}$

Exercice 4

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$2x-5\geq 0$ $\quad -3x+15\geq x+20$ $\quad 2,5x-3\geq 9,5x+18$

$5x-3\leq 2x+6$ $\quad 2x+3>9x-2$ $\quad -7\leq 4x+9$

2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$(x-8)(-1-10x)<0$ $\quad (x-1)(9x+27)\geq 0$ $\quad -7x(x+9)(2-x)\leq 0$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$\dfrac{3x+9}{x-2}<0$ $\quad \dfrac{-2x+3}{x+4}\geq 0$ $\quad \dfrac{-6x-7}{1+x}<0$

IV Géométrie

Exercice 1 (non obligatoire)

Soit $A(-2;1)$, $B(2;7)$, $C(5;5)$ et $D(1;-1)$ des points d'un repère orthonormé.

1. Faire une figure.
2. Soit M le milieu de $[AC]$ et N le milieu de $[BD]$.

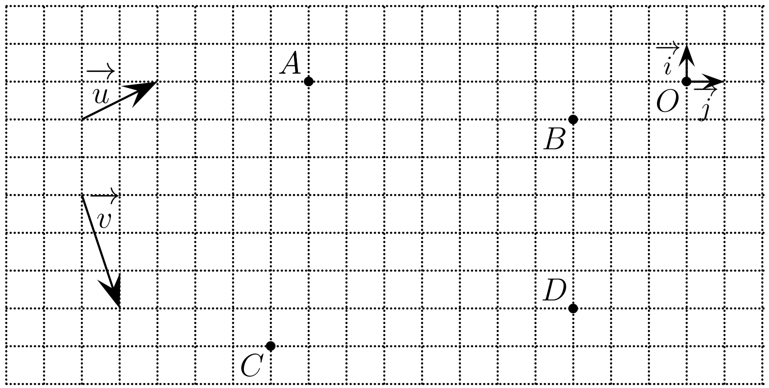
   Calculer les coordonnées de points M et N.
3. Que peut-on en déduire sur le quadrilatère $ABCD$?
4. Calculer les longueurs AC et BD.
5. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?
6. Calculer l'aire du quadrilatère $ABCD$.

Exercice 2 (non obligatoire)

Pour chacune des quatre questions suivantes, cocher la ou les bonnes réponses.

1. $ABCD$ est un parallélogramme. Donc :
   - ☐ $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$
   - ☐ $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$
   - ☐ $\overrightarrow{DA}=\overrightarrow{CB}$
2. On considère $ABCD$ et $BCEF$ deux parallélogramme. Donc :
   - ☐ $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{BF}$
   - ☐ $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{EC}$
   - ☐ $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{FE}$
3. Un vecteur et son opposé ont :
   - ☐ même direction
   - ☐ même sens
   - ☐ même norme
4. Soit A, B, C et D quatre points tels que $\overrightarrow{DC}=-3\,\overrightarrow{AB}$
   - ☐ $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont la même direction
   - ☐ (DC) et (AB) sont parallèles
   - ☐ $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{AB}$ ont la même norme

Exercice 3 (non obligatoire)



1. Lire graphiquement les coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

2. **a.** Construire le représentant d'origine A du vecteur $\vec{u} + \vec{v}$.

b. Construire le représentant d'origine B du vecteur $\frac{2}{3}\vec{v}$.

c. Construire le représentant d'origine C du vecteur $\vec{u} - 2\vec{v}$.

d. Construire le représentant d'origine D du vecteur $-\vec{u}$.

Exercice 4 (non obligatoire)

Soit $A(-2;-1)$, $B(4;0)$, $C(5;4)$ et $D(-1;3)$ quatre points d'un repère.

1. Faire une figure.

2. Démontrer que $ABCD$ est un parallélogramme.

3. **a.** Placer le point E tel que $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$.

b. Déterminer par le calcul les coordonnées du point E.

c. Les points C, B et E sont-ils alignés ?

4. Soit F le point tel que $\overrightarrow{AF} = -5\overrightarrow{AD}$

a. Montrer par le calcul que F a pour coordonnées $F(-7;-21)$.

b. Les droites (DF) et (BC) sont-elles parallèles ?

Exercice 5 (non obligatoire)

Soit $A(-4;-3)$, $B(-2;5)$ et $C(3;-1)$ trois points d'un repère.

Déterminer les coordonnées du point G tel que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Exercice 6 (non obligatoire)

Soit B, C et D trois points.

A l'aide de la relation de Chasles, montrer que $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DB}$

Exercice 7 (non obligatoire)

Soit ABC un triangle. On considère les points D et E tels que :

$$\overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} \text{ et } \overrightarrow{DE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$$

1. En décomposant $\overrightarrow{AE}$ à l'aide de la relation de Chasles, montrer que $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

2. Que peut-on en conclure sur les points A, E et C ?

V Fonctions

Exercice 1 (non obligatoire)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 2x - 5$.

1. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant en détaillant les calculs :

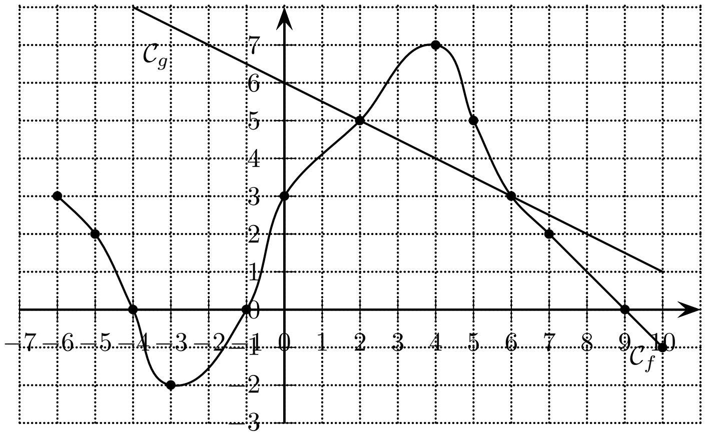
x	-1	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{2}$	3
$f(x)$				

2. Le point $A(-2;-13)$ appartient-il à la courbe représentative de la fonction f ? Justifier.

3. Donner les coordonnées d'un point B qui appartient à la courbe représentative de f.

Exercice 2

On a tracé ci-dessous les courbes représentatives $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ de deux fonctions f et g.



Partie A. Étude de la fonction f

1. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.

2. Lire graphiquement l'image de 2.

3. Donner les éventuels antécédents de -3 par la fonction f.

4. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 3$.

5. Déterminer les extrema de la fonction f sur son ensemble de définition. Préciser en quelles valeurs ils sont atteints.

6. Dresser le tableau de variation de la fonction f sur son ensemble de définition.

7. Dresser le tableau de signe de la fonction f sur son ensemble de définition.

Partie B. Étude de la fonction g

1. Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = -\frac{1}{2}x + 6$.

2. Déterminer par le calcul les éventuels antécédents de 7 par la fonction g.

3. Dresser le tableau de signe de la fonction g sur $\mathbb{R}$.

Partie C. Position relative entre $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$

1. Résoudre graphiquement $f(x) = g(x)$.

2. Résoudre graphiquement $f(x) < g(x)$.

3. En déduire la position relative entre $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.

Exercice 3 (non obligatoire)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 6x - 7$

1. Montrer que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = (x-3)^2 - 16$

2. En utilisant l'une des deux expressions de f :

a. Déterminer les éventuels antécédents de -7 par la fonction f.

b. Déterminer les éventuels antécédents de 0 par la fonction f.

3. En utilisant la deuxième expression de f et les variations de la fonction carrée, montrer que la fonction f est croissante sur $[3; +\infty[$.

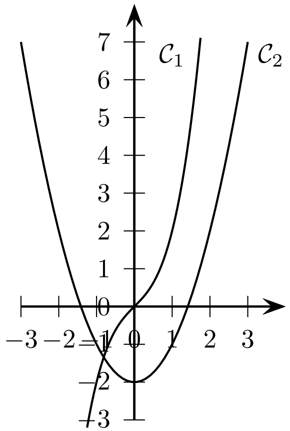
Exercice 4 (non obligatoire)

Soit f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$

1. On sait que f est paire et que g est impaire.
Identifier la courbe représentative de f et celle de g.

2. On sait que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2$.
Montrer par le calcul que f est paire.

3. On sait que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = x^3 - x$.
Montrer par le calcul que g est impaire.



VI Probabilités

Exercice 1 (non obligatoire)

Un sac opaque contient huit jetons numérotés de 1 à 8. On tire au hasard un jeton et on note son numéro. On considère les événements suivants :
• A : « obtenir un nombre pair »
• B : « obtenir un multiple de 3 »
• C : « obtenir un nombre inférieur ou égal à 2 »

1. Écrire sous forme d'un ensemble les événements A, B et C.

2. Décrire par une phrase l'événement $\overline{A}$, puis l'écrire sous forme d'un ensemble.

3. Écrire sous forme d'un ensemble les événements $A \cap B$, $B \cap C$, $A \cup B$ et $\overline{\overline{A} \cup C}$.

Exercice 2 (non obligatoire)

Dans tous l'exercice, on donnera les probabilités sous forme de fractions irréductibles.

On tire une carte au hasard dans un jeu de 32 cartes. On note :
• C l'événement : « la carte tirée est un coeur »
• R l'événement : « la carte tirée est un roi »
• N l'événement : « la carte tirée est noire »

1. Déterminer $\mathrm{P}(C)$, $\mathrm{P}(R)$ et $\mathrm{P}(N)$.

2. Décrire par une phrase l'événement $C \cap R$, puis calculer sa probabilité.

3. Décrire par une phrase l'événement $R \cup N$, puis calculer sa probabilité.

Exercice 3 (non obligatoire)

Dans tous l'exercice, on donnera les probabilités sous forme décimale.

Un sac contient des jetons carrés ou ronds, de couleur verte, bleue ou noire.
Il y a donc des jetons carrés de couleur verte, carrés de couleur bleue, carrés de couleur noire, ronds de couleur verte, ronds de couleur bleue, ronds de couleur noire.

Voilà les informations dont nous disposons sur ces jetons :
- il y a 10 jetons verts. 40% des jetons verts sont carrés
- il y a 12 jetons bleus, et la moitié sont carrés
- il y a 18 jetons noirs, dont 14 ronds

Les jetons sont indiscernables au toucher. On tire au hasard un jeton dans le sac.

1. Justifier, à l'aide de l'énoncé, qu'il y a 4 jetons carrés de couleur verte.

2. Compléter le tableau suivant pour donner le nombre de jetons de chaque sorte :

	Vert	Bleu	Noir	TOTAL
Carré	4			
Rond				
TOTAL				40

3. Soit V l'événement « le jeton tiré est vert » et R l'événement « le jeton tiré est rond »

a. Déterminer $\mathrm{P}(V)$ et $\mathrm{P}(R)$.

b. Décrire par une phrase l'événement $\overline{V}$, puis calculer sa probabilité.

4. Déterminer la probabilité de l'événement A : « le jeton est carré et n'est pas bleu »

5. Soit B l'événement « le jeton est rond de couleur verte » .

a. Exprimer cet événement en fonction des événements V et R.

b. Déterminer $\mathrm{P}(B)$.

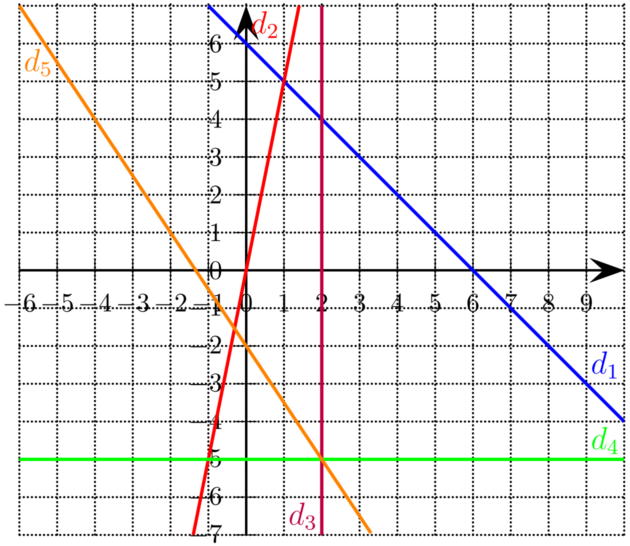
c. En déduire la probabilité de l'événement « le jeton est rond ou de couleur verte »

6. On choisit un jeton vert. Quelle est la probabilité qu'il soit carré ?

VII Équations de droites

Exercice 1 (non obligatoire)

Déterminer graphiquement l'équation réduite de chacune des droites suivantes :



Exercice 2 (non obligatoire)

1. Dans un repère, tracer les droites d_1 et d_2 d'équation respective $y = -0,5x - 2$ et $y = 4x - 3$.

2. a. Tracer la droite d_3 passant pas le point $A(-3;5)$ et de coefficient directeur -1.

b. Déterminer l'équation réduite de d_3.

3. a. Justifier que les droites d_1 et d_2 sont sécantes.

b. Déterminer les coordonnées de M point d'intersection de d_1 et d_2.

4. Le point M appartient-il à d_3 ?

Exercice 3 (non obligatoire)

1. Soit $A(-6;-3)$ et $B(6;5)$ deux points d'un repère.

Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).

2. Soit d la droite d'équation $3x + 2y + 11 = 0$.

a. Donner les coordonnées d'un vecteur $\vec{u}$ directeur de la droite d.

b. Le point $C(-1;-4)$ appartient-il à la droite d ?

3. Dans un repère, tracer les droites (AB) et d.

4. Conjecturer graphiquement les coordonnées du point d'intersection des droites (AB) et d.

5. a. Justifier que les droites (AB) et d sont sécantes.

b. Retrouver par le calcul les coordonnées du point d'intersection de (AB) et d.